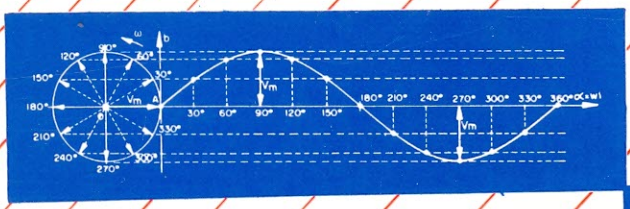
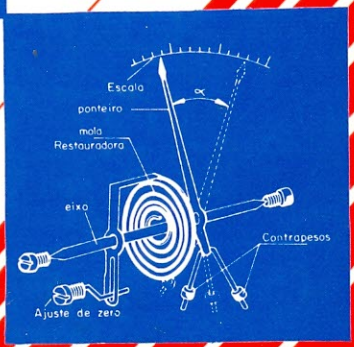
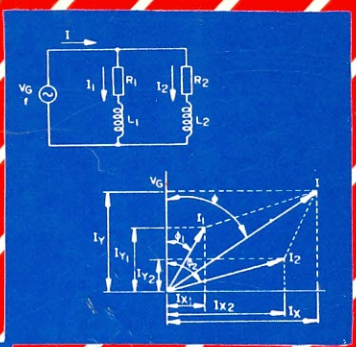
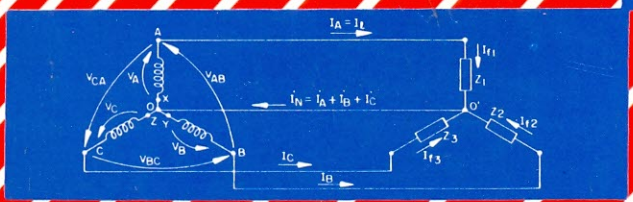
Engº Romulo Oliveira Albuquerque





Análise de Circuitos em Corrente Alternada





ÉRICA

Análise de Circuitos em Corrente Alternada

Dados de Catalogação na Publicação (CIP) Internacional
(Câmara Brasileira do Livro, SP, Brasil)

Albuquerque, Rômulo Oliveira, 1954-
A313a Análise de circuitos em correntes alternada / Rômulo Oliveira Albuquerque. -- São Paulo : Érica, 1989.

1. Circuitos elétricos - Análise 2. Correntes elétricas alternadas I. Título.

CDD-621.3192
88-2396 -621.31913

Índices para catálago sistemático:

1. Análise de circuitos : Engenharia elétrica 621.3192
2. Correntes alternadas : Engenharia elétrica 621.31913

Eng.º Romulo Oliveira Albuquerque

Análise de Circuitos em Corrente Alternada

Ano: 1993 92 91 90 89
Edição: 10 9 8 7 6 5 4 3 2 1

LIVROS ÉRICA EDITORA LTDA.

TODOS OS DIREITOS RESERVADOS. Proibida a reprodução total ou parcial, por qualquer meio ou processo, especialmente por sistemas gráficos, microfílmicos, fotográficos, reprográficos, fonográficos, videográficos. Vedada a memorização e/ou a recuperação total ou parcial em qualquer sistema de processamento de dados e a inclusão de qualquer parte da obra em qualquer programa juscibernético. Essas proibições aplicam-se também às características gráficas da obra e à sua editoração. A violação dos direitos autorais é punível como crime (art. 184 e parágrafos, do Código Penal, cf. Lei n.º 6.895, de 17.12.80) com pena de prisão e multa, conjuntamente com busca e apreensão e indenizações diversas (artigos 122, 123, 124, 126, da Lei n.º 5.988, de 14.12.73, Lei dos Direitos Autorais).

LIVROS ÉRICA EDITORA LTDA.
Rua Jarinu, 594 - Tatuapé - São Paulo
Fone: 294-8686 - C.G.C. 50.268.838/0001-39
Caixa Postal 15.617

DEDICATÓRIA

Dedico esta obra aos meus pais José e Maria e aos meus irmãos Cleveland, Vinicius, Arécia e Heráclito (em memória).

PREFÁCIO

Este livro surgiu após muita reflexão a respeito de como tratar o assunto Análise de Circuito em Corrente Alternada, que pode ser feita graficamente, através da representação dos fasores de tensão e corrente ou considerando-se a representação de tensão, corrente e impedância por números complexos. A maioria dos livros sobre o assunto considera apenas uma das formas de abordagem, não considerando a outra. Consideramos importantes as duas, sendo que a representação fasorial permite-nos enxergar melhor a relação das fases de tensão e corrente, porém é limitada na resolução de circuitos mais complicados. A análise, usando números complexos, permite resolver com mais facilidade os circuitos com várias malhas, porém, a análise de um circuito pode se tornar apenas um exercício da matemática, se perdermos a relação existente entre um número complexo e o fasor representativo de corrente ou tensão.

Alguns dos exercícios resolvidos por análise fasorial são resolvidos pelo outro método, dando condições ao leitor de avaliá-los.

O Autor

SUMÁRIO

1. Grandezas Senoidais 11

1.1 Introdução 11
1.2 Diagrama Fasorial 12
1.3 Valor Eficaz 14

2. Eletromagnetismo 22

2.1 Magnetismo 22
2.2 Campo Magnético de uma Corrente Elétrica ... 23
2.2.1 Campo de um Condutor Retilíneo..... 23
2.2.2 Campo de uma Espira Circular 24
2.2.3 Campo Magnético de um Solenóide 24
2.3 Força Eletromotriz Induzida 25
2.4 Transformador 27

3. Circuito em C.A. - Análise Fasorial 32

3.1 Indutor e Indutância 32
3.2 Circuito em C.A. com Indutância Pura 33
3.3 Circuito RL Série 36
3.4 Fator de Potência 40
3.5 Circuito RL Paralelo 45
3.6 Capacitor - Capacitância 49
3.7 Circuito C.A. com Capacitância Pura 52
3.8 Circuito RC Série 55
3.9 Circuito RC Paralelo 60
3.10 Circuito RLC Série 63
3.10.1 Largura de Faixa - Fator de Qualidade 65
3.11 Circuito RLC Paralelo 69
3.12 Correção do Fator de Potência 73
3.13 Circuitos Mistos 79

4. Circuitos em C.A. - Análise com Números Complexos 90

4.1 Números Complexos 90
4.2 Operações com Números Complexos 92
4.2.1 Soma e Subtração 92
4.2.2 Multiplicação e Divisão 92
4.3 Impedância Complexa 93
4.3.1 Circuitos RL 93
4.3.2 Circuitos RC 95
4.3.3 Circuitos Mistos 99

5. Circuitos Trifásicos 104

5.1 Introdução 104
5.2 Sistema Trifásico 104
5.2.1 Ligação Estrela 107
5.2.2 Ligação em Triângulo 111
5.3 Potência em Sistemas Trifásicos 115

APÊNDICE A - Decibel 121

APÊNDICE B - Filtros 124

APÊNDICE C - Diferenciador e Integrador 129

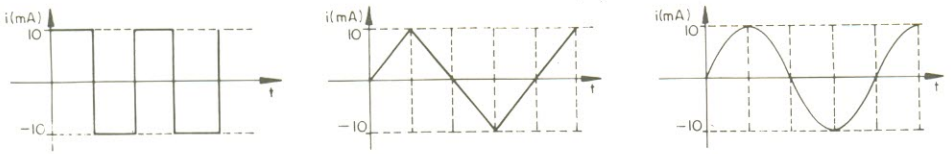
APÊNDICE D - Instrumentos de Medida de Ponteiro 131

A.1 Introdução 131
A.2 Instrumentos de Bobina Móvel 132
A.3 Instrumento de Ferro Móvel 133
A.4 Instrumento Eletrodinamométricos 133
A.5 Térmicos 134
A.5.1 Fio Aquecido 134
A.5.2 Termopar 134
A.6 Amperímetro 135
A.7 Alicate Amperométrico 136
A.8 Voltímetro 137
A.9 Wattímetro 138

CAP. 1
GRANDEZAS SENOIDAIS

1.1 Introdução

Uma corrente contínua tem sempre o mesmo sentido e intensidade, uma corrente alternada muda tanto de valor como de sentido. Dependendo de como se dá essa variação no tempo, teremos os diversos tipos de corrente alternada: senoidal, quadrada, triangular, etc.



(a)
onda quadrada

(b)
Onda Triangular

(c)
Onda Senoidal

Figura 1.1

De todas as correntes alternadas existentes, a mais importante é a senoidal e por isso mesmo faremos uma revisão dos principais conceitos relativos a grandezas senoidais.

Consideremos uma circunferência de raio V_m e um vetor OA, que gira com rotação constante no sentido contrário ao dos ponteiros do relógio. A ponta do vetor descreve uma circunferência, e o ângulo formado entre o eixo horizontal e a direção do vetor ,α, varia com o tempo.

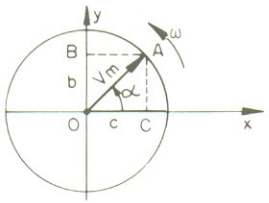


Figura 1.2

O ângulo por unidade de tempo representa a velocidade angular ou frequência angular, que representaremos pela letra grega ω (ômega).

$$\omega = \frac{\alpha}{t} \quad \text{ou} \quad \alpha = \omega.t \quad (1)$$

Sendo α expresso em rd (radianos), t em s(segundos), ω em rd/s (radiano por segundo).

Uma volta completa é 2π rd ou 360°. O tempo que o vetor OA leva para completar uma volta é chamado de período (T), logo para $\alpha = 2\pi$ rd, $t = T$ substituindo na equação (1):

$$2\pi = \omega.T \quad \text{ou} \quad \omega = \frac{2\pi}{T} \quad (2)$$

O número de voltas (ciclos) completados por segundo é chamado de frequência (f), sendo f expresso em ciclos/s ou Hertz (Hz).

1 ciclo/s = 1Hz

Para sabermos qual a relação em frequência e período, podemos montar uma regra de três:

Nº de ciclos	tempo (s)
1	T
f	1

portanto $f.T = 1$ ou $f = \frac{1}{T}$ e $T = \frac{1}{f}$ (3)

substituindo em (2) resulta:

$$\omega = 2\pi \cdot f \quad (4)$$

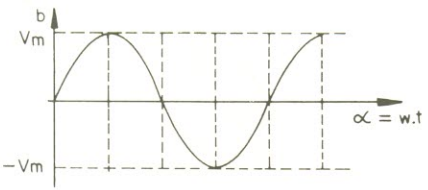
seja b a projeção do vetor OA no eixo vertical. Da trigonometria obtemos:

$$b = V_m \cdot \text{sen}\alpha = V_m.\text{sen}\omega t = V_m.\text{sen } 2\pi.f.t \quad (5)$$

Podemos verificar que a projeção de OA no eixo vertical, b, segue uma lei senoidal.

$\alpha = 0 \rightarrow b = V_m.\text{sen}0° = 0$
$\alpha = 90° \rightarrow b = V_m.\text{sen}90° = V_m$
$\alpha = 180° \rightarrow b = V_m.\text{sen}180° = 0$
$\alpha = 270° \rightarrow b = V_m.\text{sen}270° = -V_m$
$\alpha = 360° \rightarrow b = V_m.\text{sen}360° = 0$

Graficamente:



1.2 Diagrama Fasorial

Chamamos de fasor a um vetor girante. Na figura 1.2, OA é um fasor pois gira com velocidade angular ω. Um fasor pode ser usado para representar uma grandeza senoidal. Na figura 1.3, quando o ângulo α varia, a projeção do vetor OA no eixo vertical, mostrará uma sucessão de valores instantâneos da grandeza senoidal. O lado esquerdo da figura 1.3, é chamado de diagrama fasorial e o lado direito é a onda senoidal correspondente.

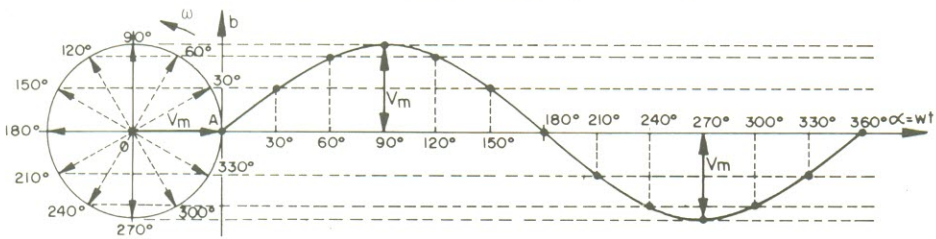


Figura 1.3

O diagrama fasorial é importante, pois nos permite somar grandezas senoidais sem usar a equação ou a forma de onda.

Se o vetor no instante t = 0 forma um ângulo Ø com o eixo horizontal, o valor instantâneo da grandeza será dada por:

$$b = V_m \cdot \text{sen}\ (\omega t + \emptyset) \qquad (6)$$

O ângulo Ø (letra grega fi) é chamado ângulo de fase inicial. O diagrama fasorial correspondente e a sua forma de onda estão indicados na figura 1.4.

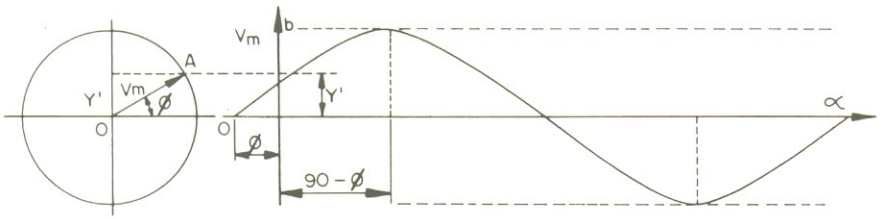


Figura 1.4

Suponha dois vetores de amplitudes V_{m1} e V_{m2} e tendo a mesma fase. O diagrama fasorial e as formas de onda estão indicados na figura 1.5.

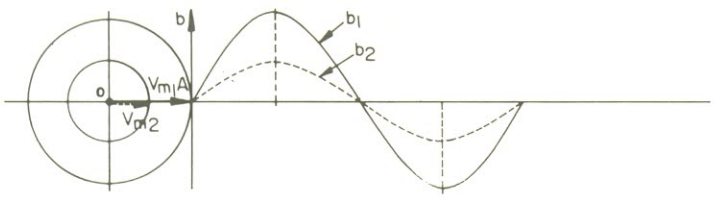


Figura 1.5

A equação das duas grandezas senoidais é:

$$b_1 = V_{m1} \cdot \text{sen}\ \omega t \qquad b_2 = V_{m2} \cdot \text{sen}\ \omega t$$

Na figura 1.5, os dois vetores estão em fase. Se os dois vetores estiverem defasados de um ângulo Ø, as suas formas de onda também estarão defasadas do mesmo ângulo Ø.

Na figura 1.6, as duas formas de onda estão defasadas de 90° (estão em quadratura), sendo que b_1 está adiantada em relação a b_2.

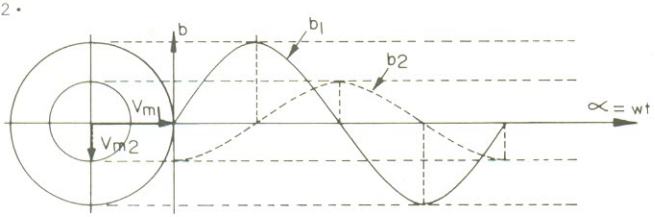


Figura 1.6

As equações das duas grandezas são:

$$b_1 = V_{m1} \cdot \operatorname{sen}\omega t \qquad b_2 = V_{m2} \operatorname{sen}\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

O ângulo de fase inicial de b_2 é $-\frac{\pi}{2}$ (observe que poderia ser também $\frac{3\pi}{2}$).

Os cálculos em circuitos c.a às vezes o evoluem somas e subtrações de grandezas senoidais (tensões, correntes).

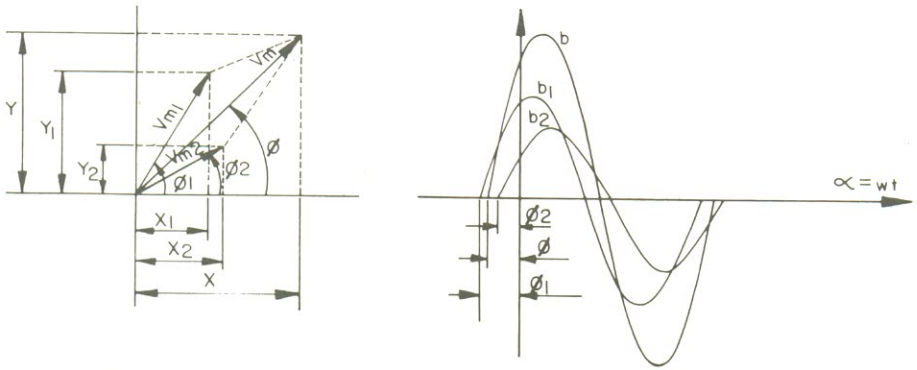
Consideremos duas grandezas senoidais cujas equações são:

$$b_1 = V_{m1} \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \phi) \qquad b_2 = V_{m2} \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \phi_2)$$

A sua soma será:

$$b = b_1 + b_2 = V_{m1} \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \phi_1) + V_{m2} \cdot \operatorname{sen}(\omega t + \phi_2)$$

Para obter a soma poderíamos usar certas propriedades da trigonometria, ao invés disso façamos uso do diagrama fasorial.



(a) *(b)*

Figura 1.7

Usando as regras para adição de vetores (regra do paralelograma), obtemos o vetor resultante, que terá amplitude Vm e fase Ø.

Da figura 1.7a tiramos:

$$X_1 = V_{m1} \cdot \cos \phi_1 \qquad Y_1 = V_{m1} \cdot \operatorname{sen} \phi_1$$

$$X_2 = V_{m2} \cdot \cos \phi_2 \qquad Y_2 = V_{m2} \cdot \operatorname{sen} \phi_2$$

$$X = X_1 + X_2 \qquad Y = Y_1 + Y_2$$

$$V_m^2 = X^2 + Y^2 \quad \text{ou} \qquad V_m = \sqrt{X^2 + Y^2}$$

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{Y}{X}$$

1.3 Valor Eficaz

Consideremos que no circuito da figura 1.8, a tensão aplicada é senoidal.

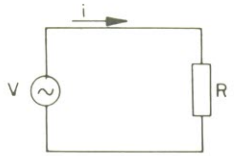


Figura 1.8

$v = V_m . \text{sen}\omega t$

Pela 1ª Lei de OHM o valor instantâneo da corrente será:

$$i = \frac{v}{R} = \frac{V_m . \text{sen}\omega t}{R} = I_m . \text{sen}\omega t$$

onde $I_m = \frac{V_m}{R}$

A potência instantânea entregue à carga será dada por:

$p = v \cdot i$

A figura 1.9 mostra os gráficos de v, i e p.
Podemos notar que a potência é uma grandeza pulsante.

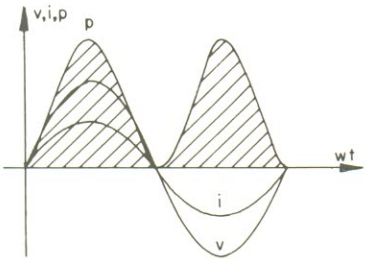
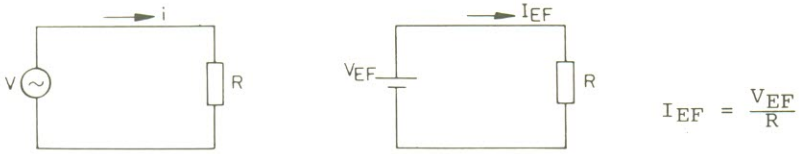


Figura 1.9

Define-se valor eficaz de uma tensão alternada ao valor de uma tensão contínua que produz mesma dissipação de potência, que a tensão alternada em questão, num mesmo resistor.



$$I_{EF} = \frac{V_{EF}}{R}$$

(a) (b)

$v = V_m . \text{sen}\omega t$

$i = I_m . \text{sen}\omega t$

Figura 1.10

Na figura 1.10, a dissipação de potência é a mesma nos dois casos, logo dizemos que o valor da tensão contínua, na figura 1.10b, é igual ao valor eficaz da tensão alternada na figura 1.10a.

No caso de uma tensão alternada, senoidal, pode-se provar (através da matemática superior) que:

$$V_{EF} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} \quad \text{ou} \quad V_{EF} = 0,707.V_m \qquad (7)$$

obs.: Por vezes encontramos o valor eficaz denotado por V_{RMS} (RMS = Root - Means - Square = valor quadrático médio).

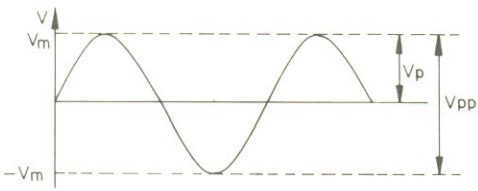
É claro que o mesmo vale para a corrente:

$$I_{EF} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{V_{EF}}{R}$$

No caso de um circuito puramente resistivo, a potência dissipada pode ser calculada pelas mesmas equações já vistas em circuitos C.C., somente lembrando que os valores de tensão e corrente são eficazes.

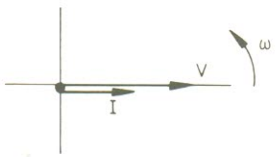
$$P = V_{EF} \cdot I_{EF}, \quad P = \frac{V_{EF}^2}{R} \quad \text{e} \quad P = R.I_{EF}^2 \qquad (8)$$

Em uma grandeza senoidal, a quantidade V_m é chamada de valor de pico e portanto $2V_m$ é chamado de pico-a-pico (V_{pp}).



$$V_{EF} = \frac{V_m}{\sqrt{2}}$$

Da figura 1.9 observamos que a tensão e a corrente estão em fase, logo o diagrama fasorial correspondente será:



Os comprimentos dos vetores representam os valores eficazes da tensão e corrente ou valores de pico.

Exercícios Resolvidos

1 - O valor de pico de uma tensão senoidal é 5V e a sua frequência é 1KHz, pede-se:

a) sua expressão matemática
b) valor eficaz e período
c) desenhar o gráfico de v(t)

Solução:

a) $V_m = V_p = 5V \qquad f = 1KHz = 10^3Hz$

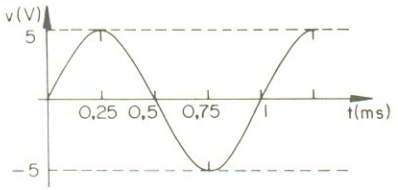
A expressão matemática genérica de uma tensão senoidal é:

$v = V_m \cdot \text{sen}\omega t = V_m \cdot \text{sen}\ 2\pi.f.t$

logo: $v = 5\text{sen}.2\pi.10^3.t$ (v)

b) $V_{EF} = \frac{V_m}{\sqrt{2}} = \frac{5}{\sqrt{2}} = 3,53v$ $\qquad T = \frac{1}{f} = \frac{1}{10^3} = 10^{-3}s = 1ms$

c)



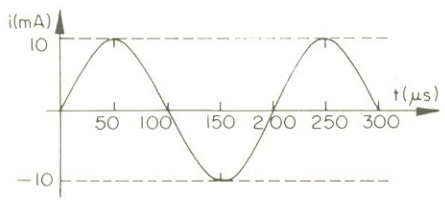
2 - Supondo que a tensão do exercício 1 é aplicada a um resistor de 10Ω. Qual a potência dissipada?

Solução:

$$P = \frac{V_{EF}^2}{R} = \frac{(3,53)^2}{10} = 1,24\ W$$

3 - Dado o gráfico de uma corrente em função do tempo, pede-se:

a) frequência e período
b) valor de pico-a-pico (Ipp) e valor eficaz (I_{EF})
c) potência dissipada ao passar em um resistor de 1KΩ.
d) expressão matemática



Solução:

a) Do gráfico tiramos $T = 200\mu s = 200 \times 10^{-6}s$

$$f = \frac{1}{T} = \frac{1}{200x10^{-6}} = 5000Hz = 5KHz$$

b) $I_m = 10mA \qquad I_{pp} = 2xI_m = 2x10 = 20mA$

$$I_{EF} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{10}{\sqrt{2}} = 7,07mA$$

c) $P = R.I_{EF}^2 = 10^3 \times (7,07x10^{-3})^2 = 10^3 \times 50 \times 10^{-6}w =$

$= 50 \times 10^{-3}w = 50mW$

d) $i(t) = I_m.\text{sen}.2\pi.f.t = 10\text{sen}\pi.10^4.t$ (mA)

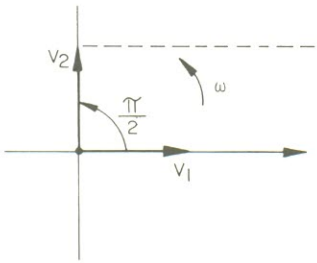
4 - As expressões matemáticas de duas tensões são: $v_1 = 10.\text{sen}\omega t$ (v) $\quad v_2 = 10.\text{sen}(\omega t + \frac{\pi}{2})$ (v)

Pede-se:

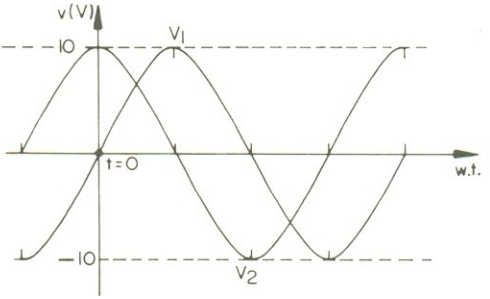
a) representar as duas tensões no diagrama fasorial
b) desenhar as suas formas de onda
c) obtenha a soma $v_1 + v_2$

Solução:

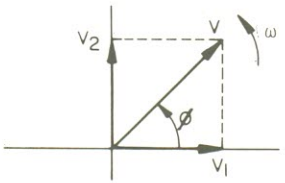
a)



b)



c) Usando regra de soma de vetores



$$v = \sqrt{v_1^2 + v_2^2} = \sqrt{(10)^2 + (10)^2} = \sqrt{200} = 10.\sqrt{2}\ v$$

considerando as amplitudes do vetor igual ao valor de pico.

A fase de v será: $tg\emptyset = \frac{v_1}{v_2} = \frac{10}{10} = 1$

$$\emptyset = 45° = \frac{\pi}{4}$$

$$v = 10.\sqrt{2}.\text{sen}(\omega t + \frac{\pi}{4})$$

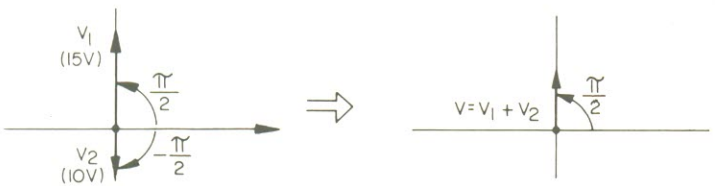
5 - Dadas as tensões: $v_1 = 15.\text{sen}(\omega t + \frac{\pi}{2})$ e $v_2 = 10.\text{sen}(\omega t - \frac{\pi}{2})$, obter:

a) $v_1 + v_2$

b) $v_1 - v_2$

Solução:

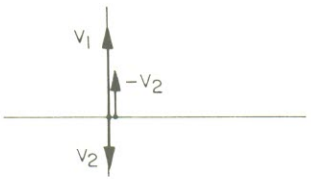
a) representemos as duas tensões no diagrama fasorial

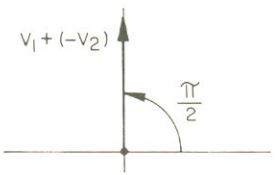


Como neste caso, os vetores têm mesma direção mas sentidos opostos, o vetor resultante da soma é igual ao módulo do maior, menos o módulo do menor, no sentido do maior.

$$v = v_1 + v_2 = 5.\text{sen}(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

b) Para obtermos $v_1 - v_2$ devemos efetuar a operação $v_1 + (-v_2)$





$$v = v_1 + (-v_2) = 25.\text{sen}(\omega t + \frac{\pi}{2})$$

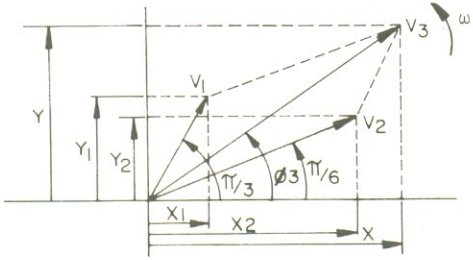
Esses dois exemplos servem para nos mostrar que a soma de tensões com fases diferentes deve ser feita, considerando-se o módulo do vetor e a fase.

6 - Dadas as tensões: $v_1 = 20.\text{sen}(\omega t + \frac{\pi}{3})$ (v) e $v_2 = 40.\text{sen}(\omega t + \frac{\pi}{6})$ (v), obter:

a) $v_3 = v_1 + v_2$
b) desenhar as formas de onda de v_1, v_2 e v_3

Solução:

a)



$v_1 = 20v \qquad v_2 = 40v \qquad$ (valores de pico)

$x_1 = v_1 \cdot \cos \frac{\pi}{3} = 20 \times 0,5 = 10v$

$y_1 = v_1 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{3} = 20 \times 0,866 = 17,3v$

$x_2 = v_2 \cdot \cos \frac{\pi}{6} = 40 \times 0,866 = 34,6v$

$y_2 = v_2 \cdot \text{sen} \frac{\pi}{6} = 40 \times 0,5 = 20v$

$x = x_1 + x_2 = 10 + 34,6 = 44,6v$

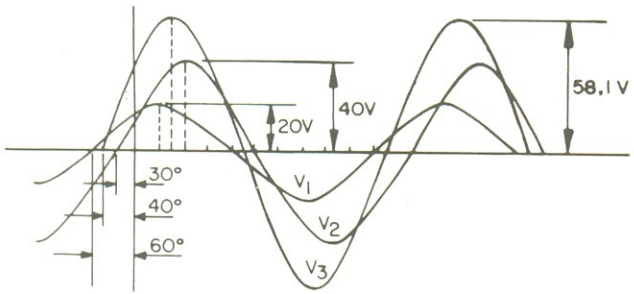
$y = y_1 + y_2 = 17,3 + 20 = 37,3v$

$v_3 = \sqrt{x^2 + y^2} = \sqrt{(44,6)^2 + (37,3)^2} = 58,1v$

$$tg\phi = \frac{Y}{X} = \frac{37,3}{44,6} = 0,836 \rightarrow \phi_3 = 39,9 \cong 40°$$

$$v_3 = 58,1 \cdot \operatorname{sen}(\omega t + 40) \quad (v)$$

b)



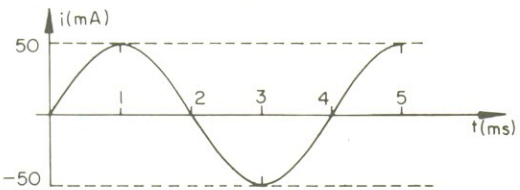
Exercícios Propostos

1 - Uma tensão senoidal tem frequência 60Hz e V_{EF}=110v, pede-se:

a) período e frequência angular
b) expressão matemática
c) valor da potência dissipada em uma resistência de 100Ω.

2 - Dado o gráfico de uma corrente em função do tempo, pede-se:

a) período e frequência
b) valor de pico-a-pico e valor eficaz
c) expressão de i(t)

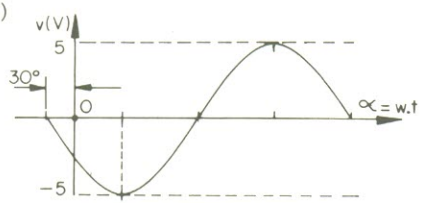


3 - Um chuveiro tem as características 2400W/220v (Eficazes), pede-se:

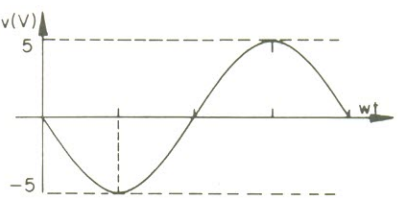
a) tensão de pico e corrente eficaz no chuveiro
b) corrente de pico no chuveiro

4 - Dada a forma de onda, dar a sua expressão em função do tempo.

a)



b)



5 - Dadas as expressões de duas tensões $v_1 = 10.\text{sen}(\omega t + \frac{\pi}{4})$ (v) e $v_2 = 10.\text{sen}(\omega t + \pi)$ (v) pede-se:

a) $v_1 + v_2$
b) $v_1 - v_2$

6 - Uma tensão alternada senoidal é aplicada a uma resistência de 100Ω, dissipando 0,25w, calcular:
a) valor eficaz da tensão e valor de pico
b) valor eficaz da corrente e seu valor de pico-a-pico.

Solução dos Exercícios Propostos

1) a) T = 16,66ms ω = 377 rd/s
b) v(t) = 155.sen 377.t (v)
c) P = 121w

2) a) T = 4ms f = 250 Hz
b) I_{pp} = 100mA I_{EF} = 35,46mA
c) i(t) = 50.sen 1570.t(mA)

3) a) I_{EF} = 10,9A V_p = 310,2V
b) I_p = 15,34A

4) a) v(t) = 5.cos(ωt + 120°) (v)
b) v(t) = 5.cos(ωt + 90°) (v)

5) a) $v_1 + v_2$ = 7,65 sen(ωt + 112,5) (v)
b) $v_1 - v_2$ = 18,47 sen(ωt + 22,5°) (v)

6) a) V_{EF} = 5v V_p = 7v
b) I_{EF} = 50mA I_p = 70mA

CAP. 2
ELETROMAGNETISMO

2.1 Magnetismo

Campo magnético: É toda região do espaço na qual uma agulha imantada fica sob a ação de uma força magnética.

Um ímã é uma substância, encontrada na natureza, que cria ao seu redor um campo magnético.

Todo ímã tem duas regiões, onde o campo magnético é mais intenso, chamadas de pólos: pólo norte e pólo sul.

Pólos de mesmo nome se repelem e pólos de nomes diferentes se atraem.

Os pólos de um ímã são inseparáveis. Se você partir um ímã, você obterá dois outros ímãs.

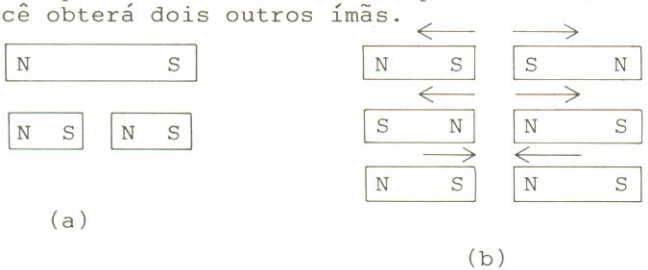


Figura 2.1

Assim como o campo gravitacional é caracterizado em cada ponto pelo vetor aceleração da gravidade ($\vec{g}$), o campo magnético é caracterizado em cada ponto pelo **vetor indução magnética ($\vec{B}$).**

A fim de que possamos visualizar o campo magnético, devemos conceituar o que é **linha de campo** ou **linha de indução.**

As linhas de campo, além de permitir ver a forma do campo, também nos dá uma idéia da sua intensidade. Quanto maior o número de linhas por unidade de volume, mais intenso é o campo.

Para que você represente um campo magnético através de suas linhas de campo, você deve se lembrar de algumas regras:

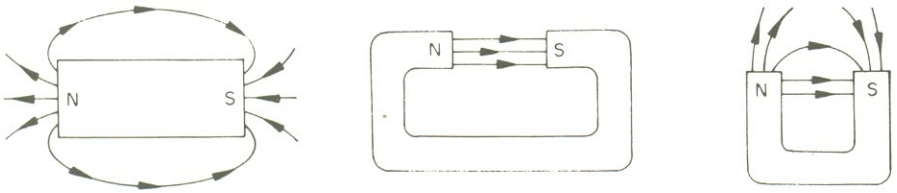
a) As linhas de campo são orientadas: saem pelo pólo norte e entram pelo pólo sul.

b) Em cada ponto, o vetor indução magnética é tangente à linha de campo que passa pelo ponto.

c) Duas linhas de campo não podem se cruzar.

d) As linhas de campo são perpendiculares à superfície do ímã.

Na figura 2.2, você tem alguns exemplos de ímã e a forma do seu campo magnético.



(a) (b) (c)

Figura 2.2

As linhas de campo podem ser visualizadas na prática se colocarmos limalha de ferro ao redor do ímã. As limalhas de ferro tenderão a se orientar ao longo das linhas de campo.

2.2 Campo Magnético de uma Corrente Elétrica

Colocando-se uma bússola nas proximidades de um fio que conduz uma corrente elétrica a agulha sofrerá um desvio, indicando a existência de um campo magnético criado pela corrente.

Verificamos que, quanto mais intensa for a corrente, maior será o desvio da agulha (a intensidade do campo depende da intensidade da corrente).

Se o sentido da corrente for invertido, o desvio sofrido pela agulha também se inverte (a orientação do campo magnético depende do sentido da corrente).

2.2.1 Campo de um Condutor Retilíneo

As linhas de campo são circunferências concêntricas com o fio.

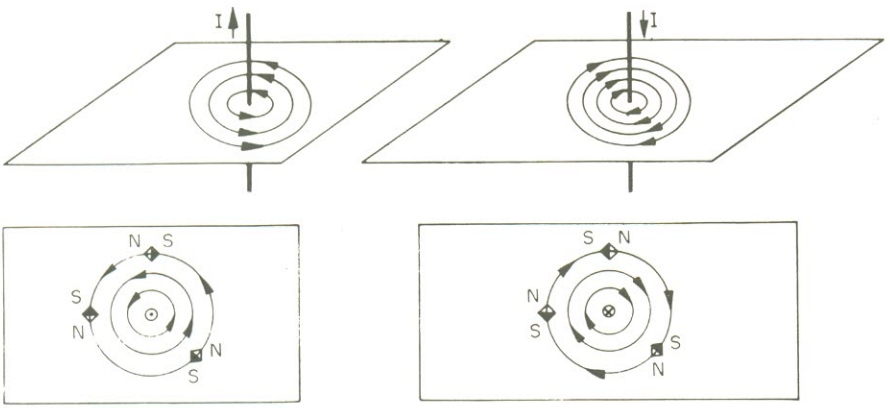


Figura 2.3

Para determinar o sentido das linhas de campo, usamos a

regra da mão direita.

"Segurando o fio com a mão direita, com o polegar no sentido da corrente, os outros dedos indicarão o sentido das linhas de campo".

2.2.2 Campo de uma Espira Circular

Obs.: Para representar uma corrente saindo do plano do papel, usaremos ⊙ e para representar a corrente entrando no plano do papel, usaremos ⊗.
No caso de uma espira circular, as linhas de campo têm a forma indicada na figura 2.4

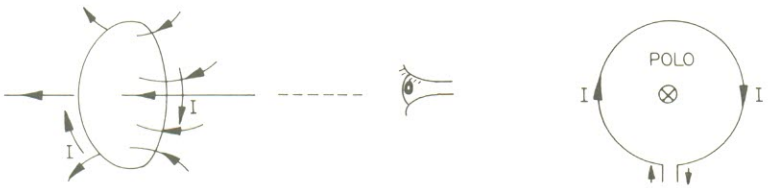


Figura 2.4

Na figura 2.4a, o observador, olhando para a espira, "vê" as linhas de campo entrando no plano da espira pelo lado em que se encontra, logo olha para o pólo sul da espira. Na figura 2.4b, podemos compreender melhor o que foi dito. Com a corrente no sentido indicado, as linhas de campo entram no plano do papel, logo o observador "vê" um pólo sul na parte de cima da folha e o polo norte do outro lado da folha.

O que aconteceria na figura 2.4, se o sentido da corrente fosse invertido?

2.2.3 Campo Magnético de um Solenóide

Um solenóide ou bobina consiste de um fio enrolado em forma de hélice, formando espiras iguais, uma ao lado da outra e igualmente espaçadas.

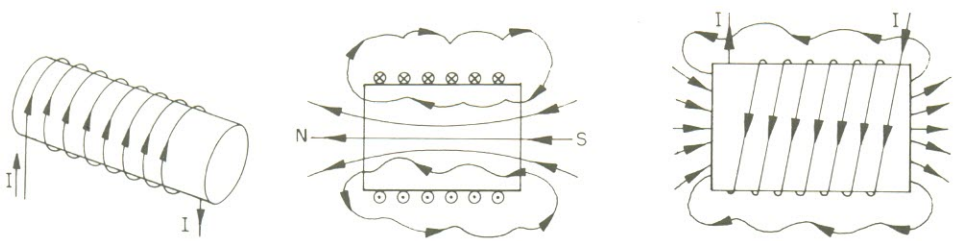


Figura 2.5

Observe na figura 2.5b, que as linhas de campo se ajustam de forma tal, que nenhuma das regras é contrariada. Veja também que o campo é mais intenso no eixo do solenóide. A intensidade do campo depende das dimensões da bobina (número de espiras e comprimento), do material de que é feito o núcleo (ar, ferro) e da intensidade da corrente.

Se o núcleo for de ferro, o campo será mais intenso (a concentração de linhas no interior da bobina é maior) do que se o núcleo for de ar.

Eletroímã

Um eletroímã é uma bobina enrolada num núcleo de ferro doce (isto aumenta a intensidade do campo). Quando fazemos passar uma corrente, o ferro se imanta. Cessada a corrente, cessa a imantação.

Uma aplicação de um eletroímã é na construção de um guindaste eletromagnético.

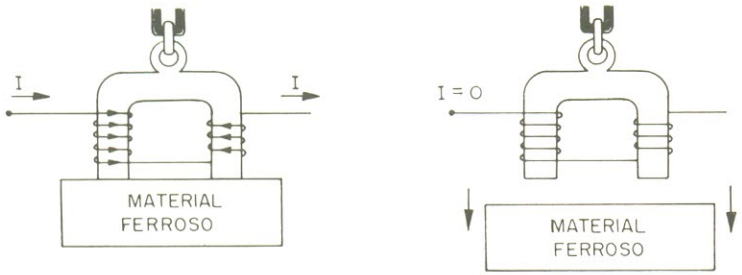


Figura 2.6

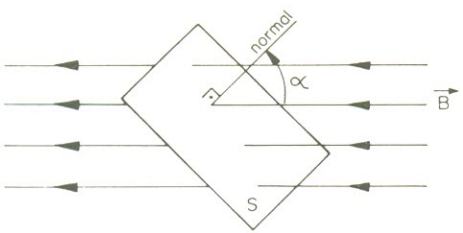
2.3 Força Eletromotriz Induzida

Toda vez que o fluxo de indução magnética através de uma espirar variar, uma tensão será induzida na espira.

Chamamos de f.e.m induzida, a toda tensão gerada pela variação do fluxo magnético em um circuito.

O fluxo de indução magnética (Ø), através de uma superfície de área S, é definido como sendo:

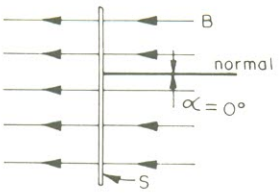
(q) $\emptyset = B.S.\cos\alpha$



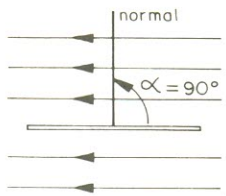
2.6.5

B = intensidade do vetor indução magnética
S = área da superfície
α = ângulo formado entre a perpendicular, à superfície e o vetor indução magnética.

Observe que o fluxo é máximo quando $\alpha = 0° \rightarrow \Phi = B.S$ e que é nulo quando $\alpha = 90°$.



Φmáx

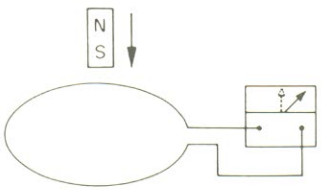


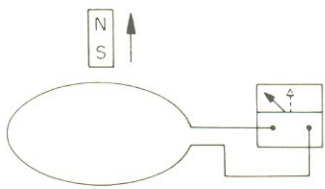
$\Phi = 0$

Da equação que dá o fluxo, podemos verificar que o fluxo também pode variar se a intensidade de B variar.

Na prática, podemos ter os seguintes casos de variação do fluxo magnético, induzindo uma tensão.

a) Aproximando ou afastando um ímã ou um eletroímã de uma espira ligada a um amperímetro, este dará uma indicação num sentido quando aproximamos e no outro sentido quando afastamos.

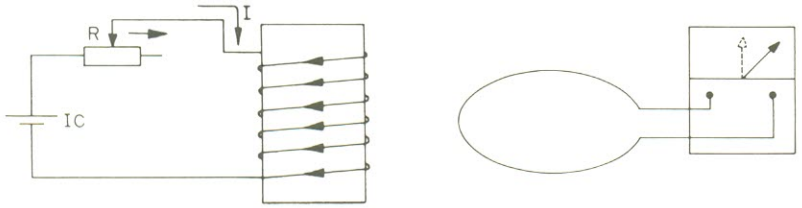




Com o ímã parado não haverá indução de corrente (não há variação de fluxo de indução).

b) Ao invés de movimentarmos o ímã ou o eletroímã, se a espira se movimentar (aproximando, afastando ou girando), também será induzida uma tensão. Este é o princípio de funcionamento de um gerador de tensão.

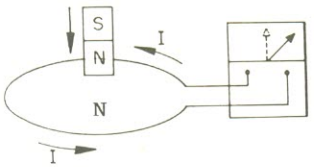
c) Se variarmos a corrente em um solenóide, a intensidade do campo ao seu redor também variará. Se colocarmos uma espira nas proximidades do solenóide, o fluxo de indução, através do espira variará induzindo uma tensão.
Este é o princípio de funcionamento de um transformador.



R → Aumentando → I → diminuindo

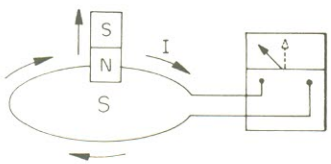
Lei de Lenz: "O sentido da corrente induzida é tal, que ela origina um campo magnético que se oporá à variação do fluxo magnético que a produziu".

Consideremos um ímã se aproximando de uma espira, sendo o pólo norte o mais próximo da espira.



Se o ímã está se aproximando, e o pólo mais próximo da espira é o pólo norte, na face da espira voltada para o ímã deve ser induzido um pólo norte, de forma a se opor ao movimento (aproximação), portanto o sentido (de acordo com a regra da mão direita) da corrente é como está indicado.

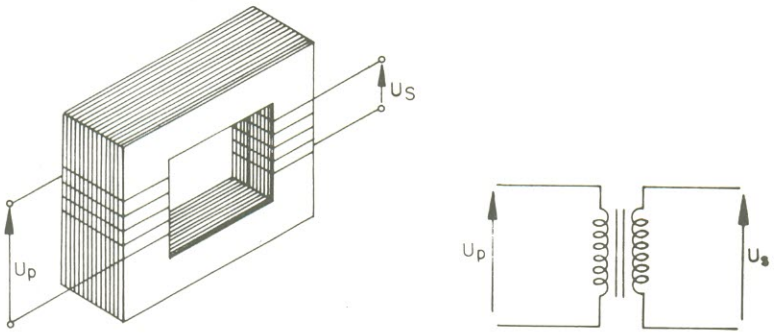
Se o ímã se afastar, o pólo induzido na face superior deverá ser um pólo sul, desta forma se opondo ao movimento. A corrente terá sentido oposto.



2.4 Transformador

É um dispositivo que permite modificar uma tensão alternada, aumentando-a ou diminuindo-a.

Consiste, essencialmente, de duas bobinas isoladas, eletricamente, montadas em um mesmo núcleo de ferro (concentra as linhas de campo).



(a) (b)

Figura 2.7

A bobina que recebe a tensão a ser transformada (Up), recebe o nome de **primário** e a outra que fornece a tensão transformada (Us) é chamada de **secundário.**

A corrente alternada, passando no primário, origina um fluxo magnético alternado (o B é que varia) no núcleo de ferro. Este fluxo variável atravessa o secundário, induzindo uma tensão alternada no secundário.

O núcleo é de ferro laminado para diminuir as perdas causadas pelas correntes de Foucault, e para aumentar o acoplamento entre as duas bobinas.

Em um transformador ideal, vale a relação:

$$P_S = P_p \qquad (10)$$

$P_S = U_S \cdot I_S$ = potência do secundário

$P_p = U_p \cdot I_p$ = potência do primário

Em um transformador real $P_S < P_p$

A dissipação de potência ocorre por efeito Joule nos condutores dos enrolamentos e no núcleo do transformador.

Consideremos o transformador ideal, logo vale:

$$U_p \cdot I_p = U_S \cdot I_S$$

sendo N_p = número de espiras do primário
N_S = número de espiras do secundário

valem as seguintes relações:

$$\frac{U_p}{U_S} = \frac{N_p}{N_S} \quad \text{ou} \quad U_S = \frac{N_S}{N_p} \cdot U_p \qquad (11)$$

$$I_S = \frac{N_p}{N_S} \cdot I_p \qquad (12)$$

Um transformador só pode ser usado com corrente alternada, uma vez que nenhuma tensão será induzida no secundário, se não houver variação do fluxo de indução magnética.

Se uma tensão contínua é aplicada ao primário, uma tensão será induzida no secundário, somente no instante do fechamento ou abertura do circuito primário, pois é somente nestes instantes que a intensidade do campo magnético (portanto o fluxo) varia.

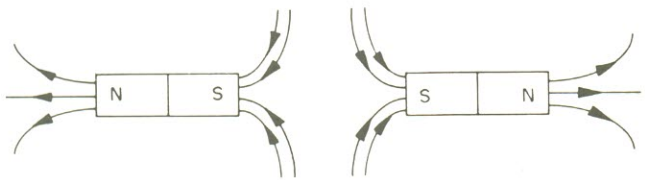
Uma das principais vantagens de um transformador, além de transformar uma tensão, é acoplar dois circuitos, sem interligá-los eletricamente.

Exercícios Resolvidos

1 - Esboçar as linhas de campo no caso de dois ímãs em forma de barra, colocados um de frente para o outro.

Solução:

Os dois ímãs se repelirão, o mesmo ocorrendo com as suas linhas de campo



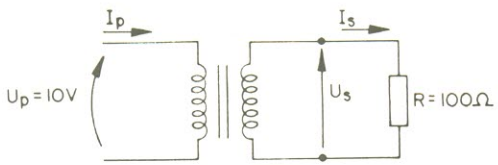
observe que a configuração do campo é tal que, duas linhas de campo não se cruzam.

2 - Um transformador ideal tem 200 espiras no primário e 800 espiras no secundário. Aplicando-se uma tensão de 10V (eficaz) no primário, pede-se calcular:

a) tensão induzida no secundário.
b) corrente no primário e no secundário se um resistor de 100Ω for ligado ao secundário.

Solução:

a)



$$U_S = \frac{N_S}{N_P} \cdot U_P = \frac{800}{200} \cdot 10 = 40V$$

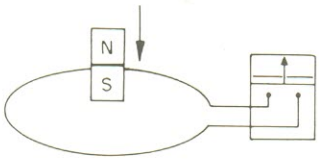
b) $I_S = \frac{U_S}{R} = \frac{40V}{100\Omega} = 0,4A$

$U_p . I_p = U_S . I_S$

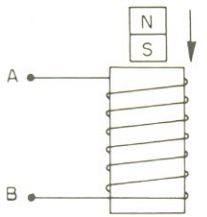
$I_p = \frac{U_S . I_S}{U_p} = \frac{40.0,4}{10} = 1,6A$

Exercícios Propostos

1 - Qual o sentido da corrente induzida na espira?



2 - Um ímã entra em uma bobina como indicado na figura. Qual a polaridade da tensão induzida?



3 - Um transformador tem 500 espiras no primário e 110V de tensão primária, se a tensão no secundário deve ser 12V, qual o número de espiras do secundário?

4 - Por que é usado núcleo de ferro laminado em um transformador?

5 - Por que o transformador não funciona em C.C.?

6 - Qual deve ser a relação de espiras de um transformador abaixador de 110V para 24? Qual a corrente no primário se o secundário fornece 1A?

Resolução dos Exercícios Propostos

1) Observador olhando de cima: I sentido horário

2) Ponto B com potencial maior que ponto A

3) $N_S = 54,5$ espiras

4) Para diminuir as perdas

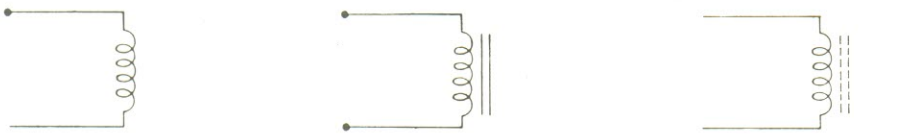
5) O fluxo de indução magnética é constante.

6) $\frac{N_p}{N_S} = 4,6$ $\qquad$ $I_p = 0,22A$

CAP. 3
CIRCUITO EM C.A. - ANÁLISE FASORIAL

3.1 Indutor e Indutância

Genericamente, chamamos de indutor ou bobina a um fio enrolado em forma de hélice sobre um núcleo, o qual pode ser de ar, ou não. A figura 3.1 mostra a simbologia adotada para indutores.



Núcleo de ar (a) | Núcleo de ferro (b) | Núcleo de ferrite (b)

Figura 3.1

Quando a chave no circuito da figura 3.2 é fechada, uma corrente elétrica começa a circular no circuito (I). Esta corrente origina um campo magnético cujas linhas de campo cortam as espiras subsequentes, induzindo nelas uma f.e.m. Esta tensão induzida chamamos de f.e.m. auto-induzida. De acordo com a lei de Lenz, esta tensão induzida deverá se opor à causa que a originou (variação de I). Como resultado desta oposição, temos que a corrente no circuito levará um certo tempo para atingir o seu valor de regime (imposto pelas resistências ôhmicas do circuito).

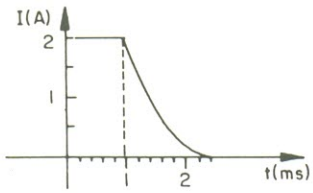
(a) (b) e = f.e.m induzida

Figura 3.2

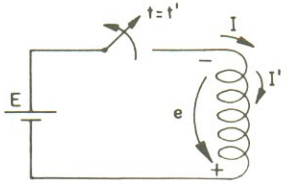
Se após a corrente ter atingido o seu valor máximo (2A), abrirmos a chave, a corrente I tenderá a diminuir.

A variação do campo magnético novamente induzirá uma f.e.m. de auto-indução com polaridade tal, que originará uma corrente I' que tenderá a se opor à diminuição de I.

Desta forma, se a chave foi aberta no instante t = t', ainda haverá corrente por um certo tempo.



(a) t = t'= 1ms



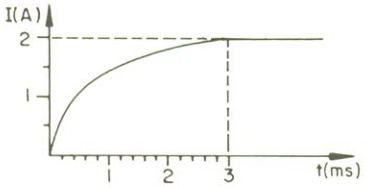
(b) e = f.e.m induzida

Figura 3.3

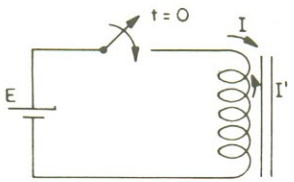
Concluímos que um indutor se opõe a uma variação de corrente.

Observe a polaridade da f.e.m induzida na figura 3.3b. A tensão induzida se soma com a tensão da fonte, de forma que entre os terminais da chave aberta, a tensão será E + e. Se a f.e.m induzida for suficientemente alta, pode aparecer um arco entre os contatos da chave, o que será perigoso para o operador.

Se na figura 3.2b, colocarmos um núcleo de ferro na bobina (observe que na figura 3.2b o símbolo é de indutor com núcleo de ar) e repetirmos a experiência, verificaremos que a oposição oferecida pelo indutor à variação de corrente será maior. O tempo que levará para que a corrente atinja o seu valor de regime será maior.



(a)



(b)

Figura 3.4

Quando colocamos um núcleo de ferro na bobina, nós alteramos a sua indutância (L), no caso, aumentamos.

Toda bobina ou indutor possui uma indutância. A indutância só depende das dimensões da bobina (número de espiras, comprimentos, diâmetro do núcleo) e do material de que é feito o núcleo.

A indutância de uma bobina é uma medida do quanto de energia pode ser armazenada em um campo magnético.

A unidade de indutância é chamada de Henry (H).

3.2 Circuito em C.A com Indutância Pura

Como foi visto anteriormente, como na figura 3.2b, quando aplicamos uma tensão a uma bobina, a corrente levará um certo tempo até atingir o seu valor de regime. Existe pois, uma defasagem entre a tensão aplicada e a corrente que percorre o indutor.

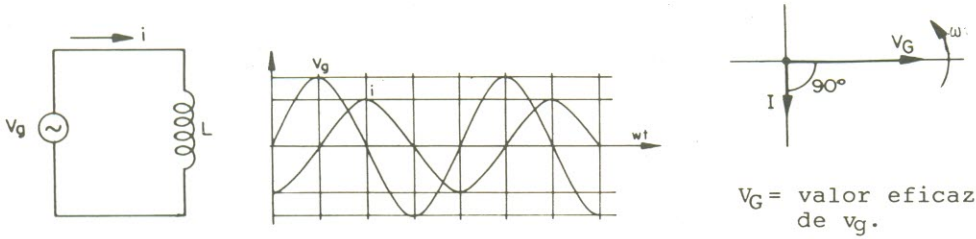
No caso da tensão aplicada ser senoidal, a corrente (também senoidal) estará 90° **atrasada** em relação à tensão.

Como já vimos, um indutor oferece uma oposição a uma variação de corrente. A medida desta oposição é dada pela reatância indutiva (X_L) do circuito.

A reatância indutiva depende da indutância do indutor e da frequência da corrente, sendo dada pela fórmula:

$$X_L = \omega \cdot L = 2\pi.f.L \qquad (12)$$

onde L = indutância da bobina em Henry
f = frequência da c.a em Hz
X_L = reatância da bobina em Ω



(a) (b)

V_G = valor eficaz de v_g.

I = valor eficaz de i

(c)

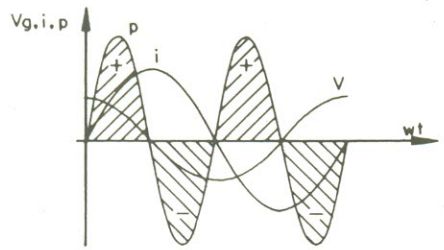
Figura 3.5

A primeira Lei de OHM é válida em um circuito C.A. Neste caso, a resistência elétrica é substituída pela reatância indutiva.

$$I = \frac{V_G}{X_L} \qquad (13)$$

Em um circuito puramente indutivo (sem resistências), não há dissipação de energia.

Na figura 3.6, está representado o gráfico da potência instantânea em função do tempo.



p(t) = **v(t)** . i(t)

p(t) = potência instantânea

Figura 3.6

Durante o primeiro quarto de ciclo, o circuito absorve energia, a qual é usada para aumentar a energia do campo magné

tico (a potência é positiva, e a energia é representada pela área entre a curva p e o eixo t).

No segundo quarto de ciclo, a corrente diminui. A f.e.m de auto-indução tenderá a se opor a essa diminuição.

A bobina comporta-se como um gerador, devolvendo a energia (que estava armazenada no campo magnético) ao circuito (agora a potência é negativa).

A sequência se repete no segundo meio ciclo. Desta forma, a potência é continuamente trocada entre o campo magnético e o circuito, não havendo perdas.

A mesma conclusão pode ser obtida a partir da fórmula:

$$P = V_{EF} \cdot I_{EF} \cdot \cos\phi \qquad (14)$$

V_{EF} = tensão eficaz do circuito
I_{EF} = corrente eficaz do circuito
P = potência real ou potência ativa
ϕ = ângulo de defasagem entre tensão e corrente

No caso $\phi = 90° \rightarrow P = V_{EF} . I_{EF} . 0 = 0$

Exercícios Resolvidos

1 - Uma bobina tem 0,1H de indutância, sendo ligada a uma tensão de 110V, 60Hz. Determinar:

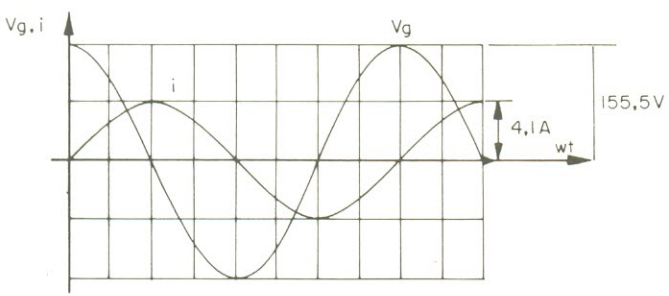
a) reatância da bobina
b) valor eficaz da corrente no circuito
c) desenhar os gráficos de v e i

Solução:

a) $X_L = 2\pi.f.L = 2 \times 3,14 \times 60 \times 0,1 = 37,7\Omega$

b) $I_{EF} = \frac{V_{EF}}{X_L} = \frac{110V}{37,7\Omega} = 2,9A$

c) $V_m = V_{EF} \times \sqrt{2} = 155,5V$ $\qquad I_m = I_{EF} . \sqrt{2} = 4,1A$



2 - Em que frequência, uma bobina de indutância 20mH terá reatância de 100Ω?

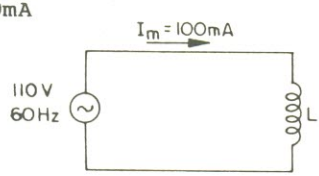
Solução:

$L = 20mH = 20 \times 10^{-3}H$
$X_L = 100\Omega$

$$X_L = 2\pi.f.L \qquad \text{ou} \qquad f = \frac{X_L}{2\pi.L} = \frac{100}{6,28x20x10^{-3}} \cong 796Hz$$

3 - Em um circuito alimentado com 110V/60Hz, quer-se que a corrente seja limitada a 100mA. Qual deve ser o valor da indutância a que deve se colocar neste circuito?

Solução: I_n = 100mA



$$I_{EF} = \frac{I_m}{\sqrt{2}} = \frac{100mA}{\sqrt{2}} = 70,7\ mA \qquad X_L = \frac{V_{EF}}{I_{EF}} = \frac{110V}{70,7mA} = 1,55\ \Omega$$

logo $1,55 = 6,28 \cdot 60 \cdot L$

$$L = \frac{1,55}{6,28 \times 60} = 0,0041H = 4,1mH$$

3.3 Circuito RL Série

Circuitos na prática possuem ambos resistência e indutância, isto significa que a corrente ao percorrer tal circuito encontrará dois tipos de oposição: a oferecida pela resistência e a oposição da f.e.m de auto-indução (reatância indutiva).

Ainda mais, em um circuito contendo resistência e indutância, a corrente continua atrasada em relação à tensão, só que de um ângulo menor que 90° (não se esqueça que a resistência tende a colocar V_G e **I** em fase, enquanto a indutância tende a defasá-las de 90°).

No circuito da figura 3.7, a resistência R representa todas as resistências ao longo do caminho da corrente (inclusive a resistência ôhmica do fio da bobina).

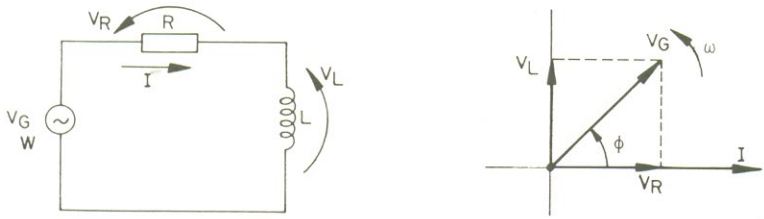
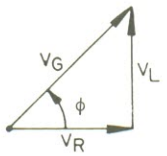


Figura 3.7

Na figura 3.7b, diagrama fasorial, observe o atraso de 90° da corrente no indutor (que é a mesma na resistência) em relação à tensão (V_L). Como a corrente na resistência está em fase com a tensão V_R, as duas são representadas no mesmo eixo.

Observe na figura 3.7b, que a obtenção da tensão do gerador é por soma vetorial.



Do triângulo retângulo tiramos:

$$V_G^2 = V_R^2 + V_L^2 \qquad (15)$$

ou $V_G = \sqrt{V_R^2 + V_L^2}$

Figura 3.8

Na relação (15), dividindo ambos os membros por I^2

$$\frac{V_G^2}{I^2} = \frac{V_R^2}{I^2} + \frac{V_L^2}{I^2} \quad \text{ou} \quad \left(\frac{V_G}{I}\right)^2 = \left(\frac{V_R}{I}\right)^2 + \left(\frac{V_L}{I}\right)^2$$

onde: $\frac{V_R}{I} = R$ = resistência ôhmica do circuito

$\frac{V_L}{I} = X_L$ = reatância indutiva da bobina

$\frac{V_G}{I} = Z$ = impedância do circuito

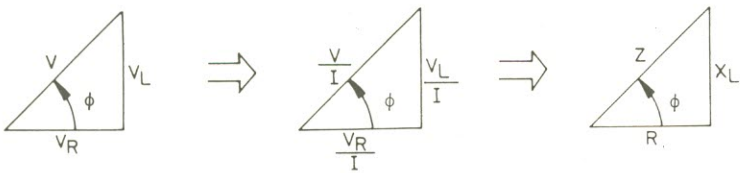
A impedância é o efeito combinado de uma resistência com uma indutância.

Desta forma, podemos escrever:

$$Z^2 = R^2 + X_L^2 \qquad (16)$$

ou $Z = \sqrt{R^2 + X_L^2}$

O mesmo resultado seria obtido se tivéssemos dividido cada lado do triângulo por I.



(a) (b) (c)

Figura 3.9

O ângulo de defasagem entre **V** e **I**, ϕ, pode ser calculado por:

$$\operatorname{tg}\phi = \frac{V_L}{V_R} = \frac{X_L}{R} \qquad (17)$$

ou $$\cos\phi = \frac{R}{Z} \qquad (18)$$

Exercícios Resolvidos

1 - Determine a tensão que deve ser aplicada a uma bobina, a fim de produzir uma corrente de 5A, se a resistência da bobina é 6 Ω e a sua reatância indutiva é 8Ω. Qual o valor da indutância se a frequência é 60Hz? Qual a impedância do circuito?

Solução:

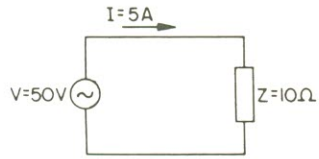
$V_R = R.I = 6 \cdot 5 = 30V$ $\qquad V_L = X_L \cdot I = 8 \cdot 5 = 40V$

$V = \sqrt{V_R^2 + V_L^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} = \sqrt{900+1600} = \sqrt{2500} = 50V$

$X_L = 2\pi.f.L$

$8 = 6{,}28 \cdot 60 \cdot L \rightarrow L = \frac{8}{376{,}8} = 0{,}021H$ ou $L = 21mH$

$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{36 + 64} = \sqrt{100} = 10\,\Omega$



2 - Uma bobina quando ligada a uma fonte c.c de 12V consome 3A, e consome 4A quando ligada a uma fonte de 20V/60Hz. Calcular:

a) resistência da bobina
b) reatância indutiva e indutância
c) impedância do circuito
d) ângulo de defasagem entre V e I
e) potência dissipada no circuito
f) desenhe o diagrama fasorial

Solução:

a) Quando a bobina é ligada a uma fonte c.c só existe o efeito de resistência (a reatância é nula).

$R = \frac{12V}{3A} = 4\,\Omega$

b) Quando a bobina é ligada a uma fonte C.A além da resistência, soma-se o efeito da reatância, isto é, a fonte C.A "vê" uma impedância.

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{20V}{4A} = 5\,\Omega$$

por outro lado sabemos que

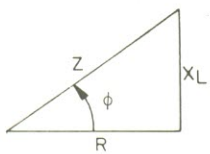
$$Z = \sqrt{R^2 + X_L^2} \quad \text{ou} \quad X_L^2 = Z^2 - R^2$$

$$X_L = \sqrt{Z^2 - R^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = \sqrt{25 - 16} = \sqrt{9} = 3\,\Omega$$

$$L = \frac{X_L}{2\pi.f} = \frac{3}{376,8} \cong 8mH$$

c) já calculado $Z = 5\Omega$

d) Da figura 3.9c



$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{4}{5} = 0,8$$

$$\phi = \text{arc cos } 0,8 \cong 37°$$

e) A potência dissipada no circuito é a potência dissipada na resistência, sendo chamada de potência real.

$$P = V_{EF} \,.\, I_{EF} \,.\, \cos\phi = 20.4.\cos 37° = 20.4.0,8 = 64W$$

Evidentemente, não precisamos decorar a fórmula acima para calcular a potência dissipada em R, bastaria usar uma das fórmulas.

$$P = R.I^2 \;; \quad P = \frac{V^2}{R} \quad \text{ou} \quad P = V \,.\, I$$

onde V e I são a tensão e corrente na resistência.

logo $P = R.I^2 = 4(4)^2 = 64W$

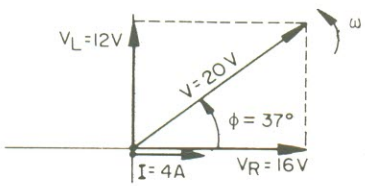
$V_R = R.I = 4 \,.\, 4 = 16V$

$P = V \,.\, I = 16 \,.\, 4 = 64W$

f) O diagrama fasorial é o diagrama da figura 3.8

$V_R = 16V$ $\qquad$ $V_L = X_L \,.\, I = 3 \,.\, 4 = 12V$

$V = 20V$ $\qquad$ $\phi = 37°$



As expressões matemáticas da tensão e corrente no circuito são:

$$v = 20 \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}(\omega t + 37°) \quad (V)$$

$$i = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (A)$$

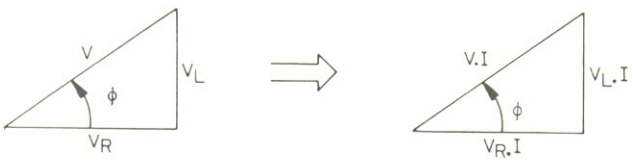
observe que poderiam ser também

$$v = 20 \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (V)$$

$$i = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}(\omega t - 37°) \quad (A)$$

3.4 Fator de Potência

Se na figura 3.8, multiplicarmos os lados do triângulo por I, obteremos um triângulo cujos lados representam potência.



(a) (b)

Figura 3.10

A base do triângulo é a **potência real**, P, ou **potência ativa**.

$$P = V_R . I = V.I.\cos\phi$$

sendo P dado em watts (W)

A hipotenusa do triângulo é chamada de **potência aparente**, P_{Ap}

$$P_{Ap} = V \cdot I \qquad (19)$$

sendo P_{Ap} dado em volt-ampere (V.A)

A altura do triângulo é a **potência reativa**, P_r. No caso, potência reativa indutiva, P_{ri}.

$$P_{ri} = V_L \cdot I = V \cdot I \cdot \text{sen}\phi \qquad (20)$$

P_r é dado em volt-ampere, porém no símbolo colocamos um índice, indicando que a potência é reativa ($V.A_r$).

Do triângulo de potência tiramos a relação entre as três potências

$$P_{Ap}^2 = P^2 + P_r^2 \qquad (21)$$

ou $$P_{Ap} = \sqrt{P^2 + P_r^2}$$

A relação entre a potência real (P) e a potência aparente (P_{Ap}) é chamada de **fator de potência** (F.P). No caso mais geral, a potência real é menor que a potência aparente, desta forma, o fator de potência é menos que a unidade.

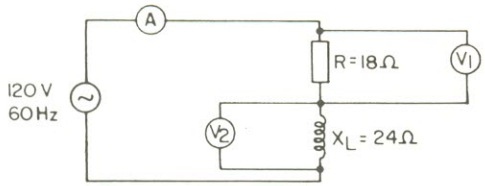
Do triângulo de potência tiramos que:

$$\frac{P}{P_{Ap}} = \cos\phi \qquad (22) \qquad \phi \rightarrow (fi)$$

por isso às vezes, simplesmente chamamos o fator de potência de "cosseno fi".

Exercícios Resolvidos

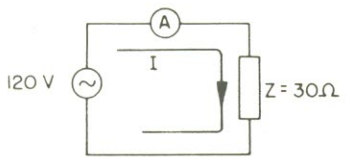
1 - Com relação ao circuito pede-se:
a) leitura dos aparelhos
b) potência real entregue ao circuito
c) potência aparente e reativa
d) fator de potência
e) faça o diagrama fasorial do circuito



Solução:

a) A impedância do circuito será

$$Z = \sqrt{(18)^2 + (24)^2} = \sqrt{324 + 576} = \sqrt{900} = 30\Omega$$



$$I = \frac{120V}{30\Omega} = 4A \qquad \text{corrente no amperímetro A}$$

$$V_1 = V_R = 18 \cdot 4 = 72V$$

$$V_2 = V_L = 24 \cdot 4 = 96V$$

b) $P = V_R \cdot I = 72.4 = 288W$

c) $P_r = V_L.I = 96.4 = 384$ V.Ari

obs.: r → reativa
i → indutiva

$$P_{Ap} = \sqrt{P_r^2 + P^2} = \sqrt{(384)^2 + (288)^2} = \sqrt{230.400}$$

$$P_{Ap} = 480 \text{ V.A}$$

Desta forma, de toda a potência entregue pelo gerador C.A à carga, somente uma parte é realmente consumida (288W). A outra parte (reativa) não é usada para realizar trabalho útil, sendo constantemente trocada entre gerador e carga.

Um wattômetro (aparelho que mede potência) conectado no circuito mediria 288W.

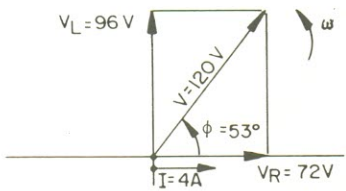
Disso tudo, tiramos uma conclusão importantíssima: Se aumentarmos a potência reativa, sem aumento da potência real, estaremos aumentando a potência aparente (o que aumenta I) sem conseguir energia transformada adicional.

Observe que aumentar P_{Ap} sem aumentar P, implica numa diminuição do cosϕ. A concessionária de força e luz controla o cosϕ do usuário, e para tanto estipula que o mínimo valor para cosϕ é 0,85. Por isso é importante que o usuário controle o F.P de sua instalação, principalmente quando houver variação da carga (entrada de motores, eletroímãs ou outros elementos indutivos).

Quando o F.P cair abaixo de 0,8, é possível fazer a correção introduzindo-se capacitores (capítulo 3.12).

d) $F.P = \cos\phi = \frac{P}{P_{Ap}} = \frac{288}{480} = 0,6$

e) $\phi = \text{arc cos}0,6 = 53°$



2 - Um gerador de 120V entrega a uma carga uma potência aparente de 24KVA. Determinar a corrente consumida nos seguintes casos:

a) cosϕ = 1
b) cosϕ = 0,8
c) cosϕ = 0,5

Solução:

a) A corrente consumida pela carga será:

$$I = \frac{P_{Ap}}{V} = \frac{24000}{120} = 200A$$

No caso do cos ϕ = 1 → ϕ = 0°, o circuito é puramente resistivo (tensão e corrente em fase).

A potência real consumida é:

$$P = V.I.\cos\phi = 120 \times 200 \times 1 = 24000W$$

não existe potência reativa.

b) cosϕ = 0,8 , neste caso, a potência real será:

$$P = 120 \times 200 \times 0,8 = 19200W$$

Agora, o gerador fornece menos potência útil, embora a corrente consumida seja a mesma 200A. Se quisermos obter a mesma potência real do item a, porém com $\cos\phi = 0,8$, deveremos aumentar a corrente.

c) $\cos\phi = 0,5$

$P = 120 \times 200 \times 0,5 = 12000W$

Se quisermos obter a mesma potência real do ítem a, com F.P = 0,5, a corrente deveria ser 400A. A instalação deve então ser redimensionada. Por isso é importante manter o F.P o mais próximo possível de 1.

3 - A potência consumida (potência real) de uma instalação é 1KW. Se a tensão é 220V, calcule a potência aparente e a corrente consumida se:

a) F.P = 0,9
b) F.P = 0,6

Solução:

a) Com F.P = 0,9

$$P = VxIx\cos\phi \rightarrow I = \frac{1000}{220 \times 0,9} = 5,05A$$

b) Com F.P = 0,6

$$I = \frac{1000}{220 \times 0,6} = 7,5A$$

Desta forma, com a mesma potência consumida, mais corrente é solicitada pela carga.

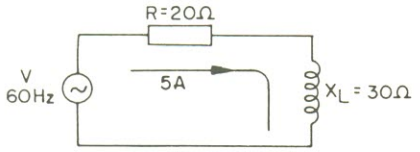
É por esta razão que a tarifa paga pelo consumo em C.A, leva em conta tanto a potência real como a potência reativa, e as respectivas energias podem ser calculadas pelas equações:

$$\tau = P \cdot t \quad (KW.h) \qquad (23)$$

$$\tau_r = P_r \cdot t \quad (KVA_rh) \qquad (24)$$

Exercícios Propostos

1 - Com relação ao circuito pede-se calcular:
a) impedância
b) tensão do gerador
c) F.P do circuito
d) desenhar diagrama fasorial
e) potência real e potência aparente
f) desenhar o diagrama (triângulo) de potência do circuito

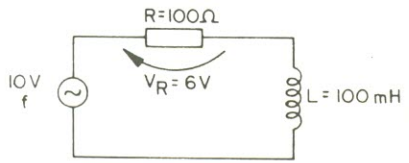


2 - Um motor C.A, que pode ser representado por uma resistência em série com uma indutância, é ligado em 220V, consumindo uma corrente de 10A. O F.P é 0,9, determinar:

a) potência aparente
b) potência real
c) potência reativa

3 - No circuito, calcular:

a) impedância e corrente
b) frequência do gerador
c) F.P do circuito



4 - Quando uma bobina é ligada a uma fonte C.C de 50V, consome uma corrente de 2,5A. Quando a mesma bobina é conectada a uma fonte C.A de 110V/60Hz, consome uma corrente de 4,4A. Calcular:

a) impedância
b) resistência e reatância indutiva da bobina
c) F.P da bobina e indutância

5 - A corrente, tensão e F.P em uma instalação são 10A, 220V e 0,8 respectivamente. Calcular:

a) potência aparente
b) potência real
c) potência reativa
d) resistência e reatância indutiva

6 - Calcule a corrente consumida por um motor monofásico, sabendo-se que a potência real é ZKW, a tensão é 110V e o F.P é 0,8.

7 - Um gerador de 5V/1KHz é ligado a um circuito RL série. A corrente no circuito é 1mA e a tensão no indutor é 3V. Determinar:

a) indutância do indutor
b) tensão do resistor
c) impedância
d) fator de potência
e) diagramas de tensão e potência

3.5 Circuito R_L Paralelo

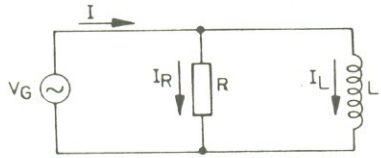


Figura 3.11

Na figura 3.11, temos que $V_R = V_L = V_G$, o diagrama fasorial correspondente é

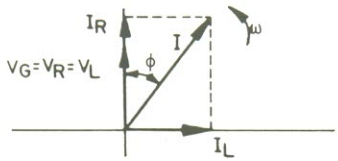


Figura 3.12

No diagrama da figura 3.12, veja que a corrente no indutor I_L, está atrasada de 90° em relação à tensão, V_L. Ao contrário do circuito RL série, neste desenhamos o diagrama de corrente (obs.: A fase de V_G é escolhida arbitrariamente).

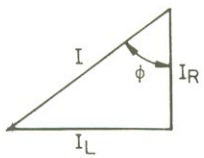


Figura 3.13

Do triângulo de correntes tiramos

$$I^2 = I_R^2 + I_L^2 \qquad (25)$$

ou $$I = \sqrt{I_R^2 + I_L^2}$$

Se dividirmos, na figura 3.13, os lados do triângulo por V_G, obteremos o triângulo de admitâncias.

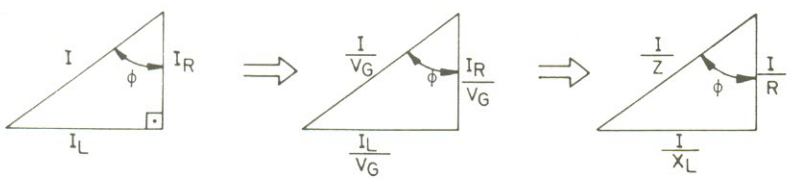


Figura 3.14

Da figura 3.14c tiramos:

$$\left(\frac{1}{Z}\right)^2 = \left(\frac{1}{R}\right)^2 + \left(\frac{1}{X_L}\right)^2 \Longrightarrow \frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \frac{1}{X_L{}^2}$$

daí tiramos:

$$Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L{}^2}} \qquad (26)$$

O ângulo de defasagem entre V_G e I pode ser calculado por:

$$\cos \phi = \frac{\frac{1}{R}}{\frac{1}{Z}} = \frac{Z}{R} \qquad (27)$$

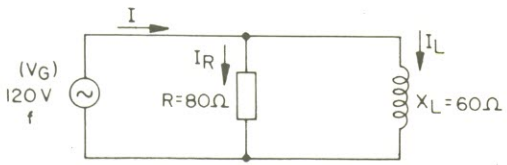
ou

$$\operatorname{tg} \phi = \frac{\frac{1}{X_L}}{\frac{1}{R}} = \frac{R}{X_L} \qquad (28)$$

Exercícios Resolvidos

1 - No circuito, determinar:

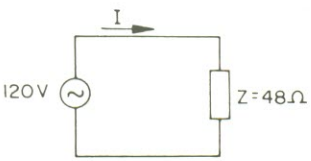
a) impedância
b) correntes I, I_R e I_L
c) potência aparente, potência real e potência reativa
d) fator de potência do circuito
e) desenhar o diagrama fasorial



Solução:

a) $Z = \frac{R \cdot X_L}{\sqrt{R^2 + X_L{}^2}} = \frac{80 \cdot 60}{\sqrt{80^2 + 60^2}} = \frac{4800}{\sqrt{10000}} = 48\,\Omega$

b)



$$I = \frac{120V}{48\,\Omega} = 2{,}5A$$

$$I_R = \frac{V_R}{R} = \frac{120V}{80\,\Omega} = 1{,}5A$$

$$I_L = \frac{V_L}{X_L} = \frac{120V}{60\,\Omega} = 2A$$

c) $P_{Ap} = V_G \cdot I = 120 \cdot 2,5 = 300$ V.A

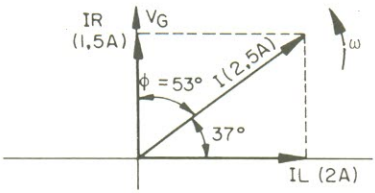
$P = V_R \cdot I_R = 120 \cdot 1,5 = 180W$

$P_r = V_L \cdot I_L = 120 \cdot 2 = 240$ V.Ari

d) $F.P = \cos\phi = \frac{Z}{R} = \frac{48}{80} = 0,6$

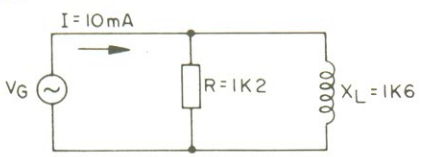
$\phi = 53°$

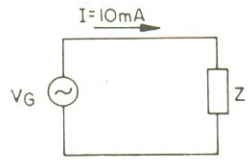
e) Diagrama fasorial



2 - Calcule a tensão aplicada em um circuito RL paralelo que consome uma corrente de 10mA, sendo R = 1,2KΩ e X_L =1,6K.

Solução:





$$Z = \frac{1,2 \cdot 1,6}{\sqrt{(1,2)^2 + (1,6)^2}} = \frac{1,92}{\sqrt{4}} = 0,96K$$

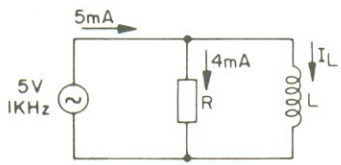
$V_G = Z \cdot I = 0,96K\Omega \times 10mA = 9,6V$

3 - Um gerador de 5V/1KHz é ligado a um circuito RL paralelo. Sabendo-se que a corrente consumida é 5mA e a corrente na resistência é 4mA, pede-se determinar:

a) corrente no indutor
b) valor da indutância
c) impedância no circuito
d) ângulo de defasagem entre tensão e corrente (F.P)

Solução:

a)



Podemos determinar I_L com o auxílio do diagrama fasorial ou usando diretamente a equação (23).

$$I^2 = I_R^2 + I_L^2 \rightarrow I_L = \sqrt{I^2 - I_R^2} = \sqrt{5^2 - 4^2} = 3mA$$

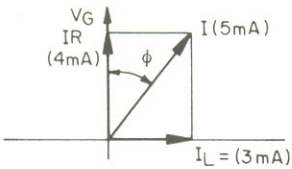
b) Como $I_L = 3mA \rightarrow X_L = \frac{V_L}{I_L} = \frac{5V}{3mA} = 1{,}66K\Omega$

e $X_L = 6{,}28.f.L \rightarrow L = \frac{1{,}66 \cdot 10^3}{6{,}28 \cdot 5 \cdot 10^3} = 0{,}053H$

ou $L = 53mH$

c) $Z = \frac{V_G}{I} = \frac{5V}{5mA} = 1K\Omega$

d)

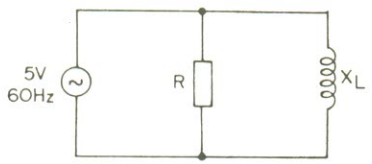


$\cos \phi = \frac{I_R}{I} = \frac{4mA}{5mA} = 0{,}8 \Rightarrow \phi \cong 37°$

Exercícios Propostos

1 - No circuito, determinar:

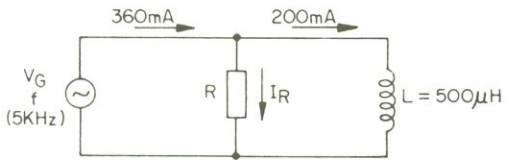
a) impedância
b) corrente no indutor e no resistor
c) valor da indutância
d) fator de potência
e) expressão matemática da corrente no circuito (i), no indutor (i_L) e no resistor (i_R)



$R = 300\ \Omega$

$X_L = 400\ \Omega$

2 - Dado o circuito, pede-se:



a) valor da tensão do gerador (V_G)
b) valor de I_R e valor de R
c) potência aparente e real
d) fator de potência

3 - Em um circuito R_L paralelo, a defasagem entre tensão e corrente é 60°. Sabendo-se que a tensão aplicada é 10V e que a corrente consumida é 100mA, determinar o valor da resistência e da indutância se f = 1000Hz.

3.6 Capacitor - Capacitância

Um capacitor é um dispositivo que consiste de duas placas condutoras (chamadas de armaduras), separadas por um material isolante (dielétrico). Um capacitor serve para armazenar cargas.

A capacidade que tem um capacitor para armazenar cargas depende da sua capacitância (C). A capacitância por sua vez, depende da área das placas, da espessura do dielétrico e do material de que é feito o dielétrico.

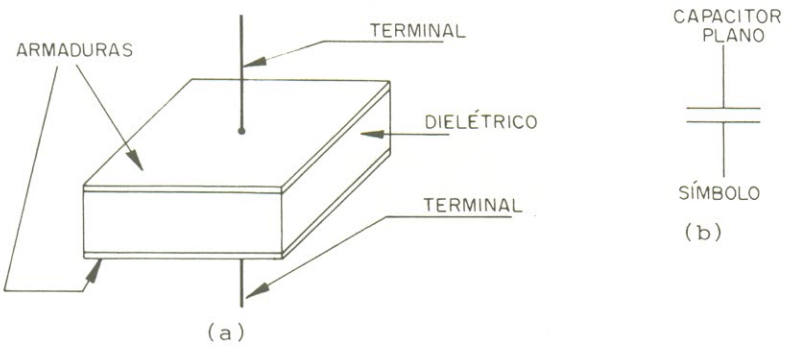


Figura 3.15

No caso de um capacitor de placas planas e paralelas, a sua capacitância será dada por:

$$C = \frac{\varepsilon . S}{d} \qquad (29)$$

ε = constante dielétrica
S = área de uma das placas (são iguais) em m^2
d = espessura do dielétrico em m

A capacitância C será dada em Farads (F).

Quando ligamos um capacitor a um gerador, o capacitor adquire uma carga Q.

Figura 3.16

A placa superior fica com uma carga Q (falta de elétrons), enquanto a placa inferior ficará com uma carga -Q (excesso de elétrons).

O número de elétrons, em excesso em uma placa, é igual ao número de elétrons faltantes na outra placa.

A relação entre capacitância, carga adquirida é tensão aplicada é dada pela fórmula:

$$C = \frac{Q}{U} \qquad (30)$$

$$Q = U \cdot C$$

A carga adquirida é diretamente proporcional à capacitância e a tensão aplicada.

Por exemplo se $C = 1\mu F = 10^{-6}F$ e $U = 1V$ a carga do capacitor será de:

$$Q = 1.10^{-6} = 1\mu C$$

Quando ligamos um capacitor a uma fonte de tensão através de uma resistência R, a tensão no capacitor levará um certo tempo até atingir o valor da tensão da fonte.

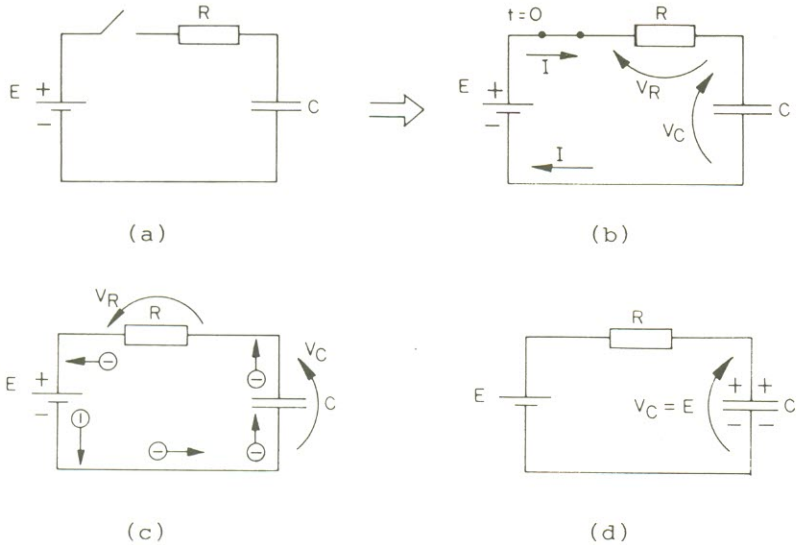


Figura 3.17

Considerando o capacitor inicialmente descarregado. No instante em que a chave é fechada (t = 0), toda a tensão da fon

te está aplicada na resistência.

$$t = 0 \rightarrow V_R\ (t=0) + V_C\ (t=0) = E \quad (2ª\ Lei\ de\ Kirchhoff)$$

como $V_C\ (t=0) = 0$ (capacitor inicialmente descarregado)

$$V_R\ (t=0) = E \quad \text{logo} \quad I(t=0) = \frac{E}{R}$$

Não existe uma corrente passando através do capacitor, e sim uma movimentação de cargas de uma placa para a outra através do circuito. No caso, vamos ter um deslocamento de cargas positivas, indo da placa inferior para a placa superior (na realidade elétrons deslocando-se).

Com a chegada de cargas no capacitor, aumenta a suà tensão e consequentemente diminui a tensão na resistência.

Depois de algum tempo, a tensão no capacitor será igual à tensão da fonte.

O comportamento dinâmico das tensões no circuito e da corrente, pode ser melhor entendido através dos gráficos.

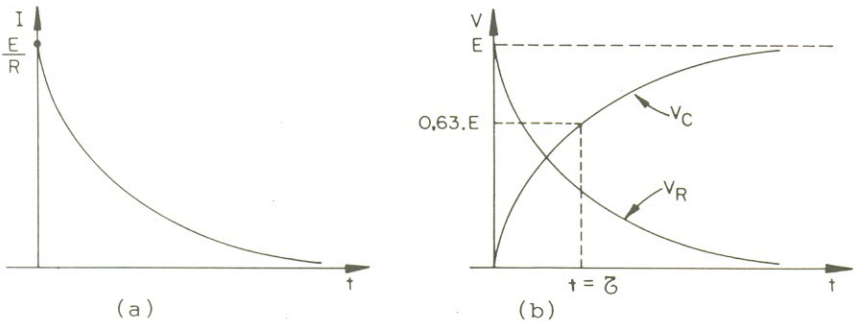


Figura 3.18

Observe no gráfico da figura 3.18b, que a soma $V_C+V_R = E$, isto é, à medida que V_R diminui, V_C cresce na mesma proporção.

Uma medida da velocidade de crescimento da tensão no capacitor nos é dada pela constante de tempo do circuito (τ), definida como sendo:

$$\tau = R.C \qquad (31)$$

Fisicamente, a constante de tempo significa que passando um tempo igual a uma constante de tempo, a tensão no capacitor atingiu 63% da tensão da fonte.

Da figura 3.10 podemos também verificar que existe uma defasagem entre a tensão no capacitor e a corrente (quando uma é máxima a outra é mínima e vice-versa).

A expressão que relaciona a tensão no capacitor com o tempo é dada por:

$$V_C(t) = E - E.e^{-\frac{t}{RC}} = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}}) \qquad (32)$$

A expressão da tensão no resistor é dada por:

$$V_R\ (t) = E\ .\ e^{-\frac{t}{RC}} \qquad (33)$$

Estas expressões são chamadas de exponenciais, e a sua representação gráfica é dada na figura 3.18b.

Na expressão (32), consideremos o tempo dado em constantes de tempo e calculemos a tensão em função de E.

t	0	0,5 RC	RC	2RC	4RC	5RC	10RC
$V_C(t)$	0	0,393E	0,632E	0,865E	0,981.E	0,993E	≃ 1.E

colocando num gráfico, resulta:

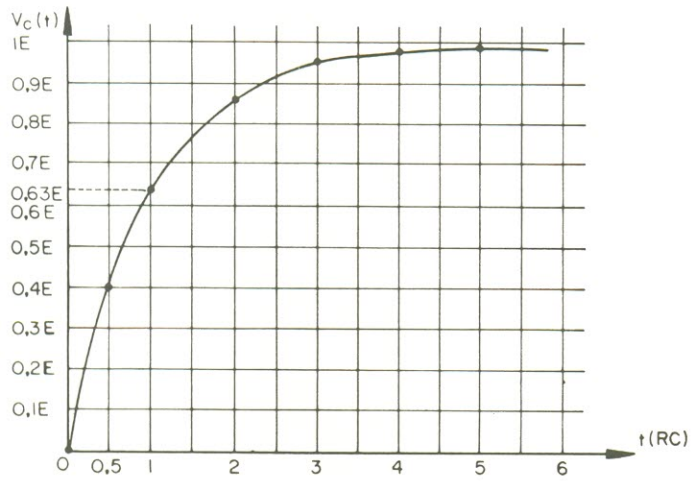


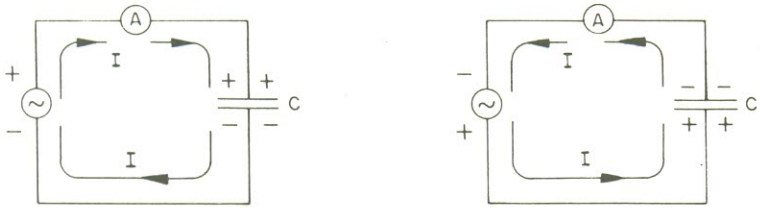
Figura 3.19

Do gráfico anterior foi concluído que podemos considerar o capacitor totalmente carregado do ponto de vista prático, passado um tempo igual a $t = 4\tau$ ($V_C = 0,98E$).

3.7 Circuito C.A com Capacitância Pura

Caso a tensão aplicada no capacitor seja senoidal, a corrente no circuito também será senoidal e defasada de 90° em relação à tensão. No caso, a tensão estará 90° atrasada em relação à corrente.

Voltamos a insistir que não há passagem de corrente (cargas) pelo capacitor, mas estas circulam pelo circuito, de forma que um amperímetro C.A colocado no circuito indicará uma corrente.



semiciclo positivo semiciclo negativo

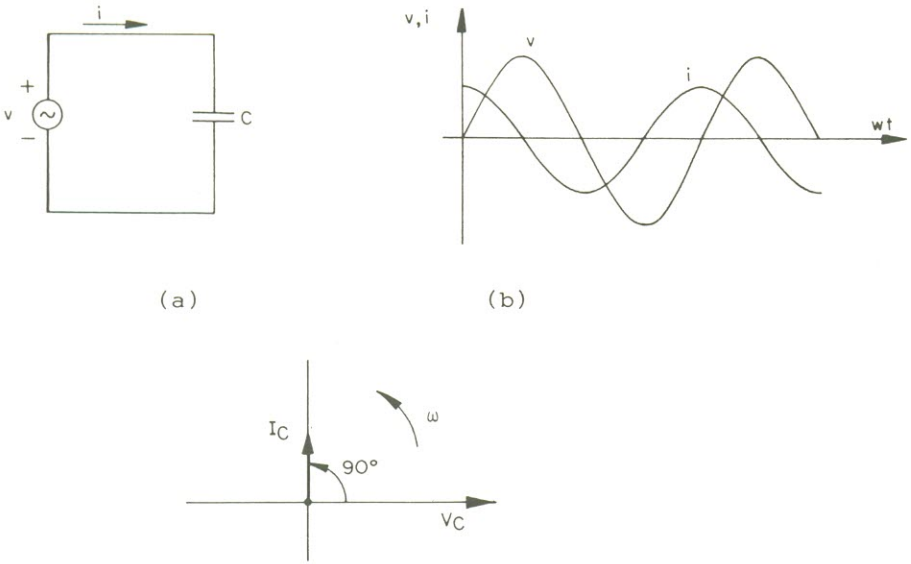
Figura 3.20

Um capacitor em um circuito C.A oferece uma oposição à passagem da corrente, sendo esta oposição medida pela **reatância do capacitor** (X_C).

A reatância do capacitor depende da capacitância (C) e da frequência do gerador, sendo dada por:

$$X_C = \frac{1}{2\pi.f.C} \qquad (34)$$

sendo C em Farads (F)
f em Hertz (Hz)
X_C em Ohms (Ω)



(a) (b)

(c) Diagrama Fasorial

Figura 3.21

A primeira lei de OHM para este caso é:

$$I = \frac{V}{X_C}$$

V = tensão eficaz
I = corrente eficaz

Em um circuito puramente capacitivo, não há consumo de potência.

A potência real é dada pela fórmula:

$P = V \cdot I \cdot \cos\phi$

ϕ = ângulo formado entre tensão e corrente, no caso $\phi = 90°$ → $\cos 90° = 0$, portanto $P = 0$.

Este mesmo resultado pode ser mostrado graficamente.

p = v.i p = potência instantânea
v = tensão instantânea i = corrente instantânea

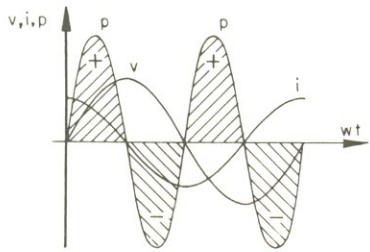


Figura 3.22

Durante o primeiro quarto de ciclo, o capacitor armazena energia elétrica nas suas armaduras. No segundo quarto do ciclo, o capacitor devolve a energia ao circuito.

Exercícios Resolvidos

1 - Calcular a reatância de um capacitor de 5μF nas frequências de 60Hz e 400Hz.

Solução:

$f = 60Hz \qquad X_C = \frac{1}{2\pi.f.C} = \frac{1}{6,28.60.5.10^{-6}} \cong 530\,\Omega$

$f = 400Hz \qquad X_C = \frac{1}{6,28.400.5.10^{-6}} \cong 80\,\Omega$

2 - Um capacitor de 5μF é ligado a uma tensão de 110V/60Hz. Qual a intensidade da corrente no circuito?

Solução:

$X_C = 530\Omega \qquad I = \frac{V}{X_C} = \frac{110V}{530\,\Omega} = 0,2A$

3 - Em que frequência um capacitor de 100nF apresenta uma reatância de 100Ω?

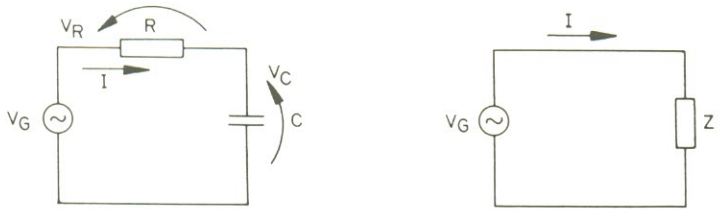
Solução:

$$X_C = \frac{1}{6,28.f.C} = 100 \rightarrow f = \frac{1}{6,28.100.100.10^{-9}}$$

$$f = 15.923Hz$$

3.8 Circuito RC Série

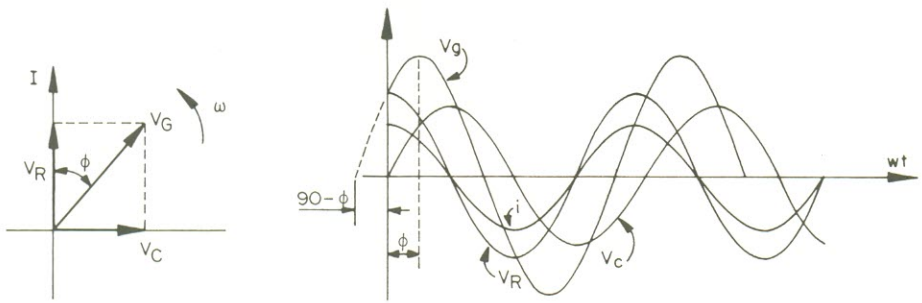
No circuito da figura 3.23a, a tensão aplicada V_G é a soma vetorial da tensão no resistor V_R, a qual está em fase com a corrente, com a tensão no capacitor V_C.



(a) (b)

Figura 3.23

O diagrama fasorial correspondente é:



(a) (b)

Figura 3.24

As expressões matemáticas são:

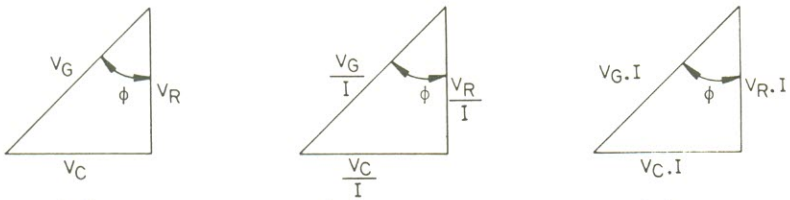
$v_C = V_{mc} \cdot \text{sen}\,\omega t$

$i = I_m.\text{sen}(\omega t + 90)$

$v_R = V_{mR} \cdot \text{sen}\ (\omega t + 90)$

$v_g = V_m \cdot \text{sen}\ (\omega t + 90 - \phi)$

Os triângulos de tensão, impedância e potência são:



(a) (b) (c)

Figura 3.25

Da figura 3.25a tiramos

$$V_G^2 = V_R^2 + V_C^2 \qquad (35)$$

ou $$V_G = \sqrt{V_R^2 + V_C^2}$$

$$\cos \phi = \frac{V_R}{V} \qquad tg\ \phi = \frac{V_C}{V_R}$$

Da figura 3.25b tiramos

$\frac{V_G}{I} = Z$ = impedância do circuito

$\frac{V_R}{I} = R$ = resistência

$\frac{V_C}{I} = X_C$ = reatância capacitiva

$$Z^2 = R^2 + X_C^2 \qquad (36)$$

ou $$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

$$\cos \phi = \frac{R}{Z} \qquad tg\ \phi = \frac{X_C}{R}$$

Do triângulo de potência obtemos:

$P_{Ap} = V_G.I$ = potência aparente (V.A)

$P = V_R.I$ = potência real (Watts)

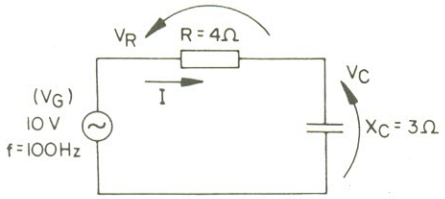
$P = V_G.I.\cos \phi$

$P_r = V_C \cdot I$ = potência reativa ($V.A_{rC}$)

Exercícios Resolvidos

1 - No circuito, determinar:

a) impedância
b) corrente, V_R e V_C
c) valor da capacitância



Solução:

a) $Z = \sqrt{R^2 + X_C{}^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = \sqrt{25} = 5\,\Omega$

b) $I = \frac{V_G}{Z} = \frac{10V}{5\Omega} = 2A$

$V_R = R \,.\, I = 4 \,.\, 2 = 8V$

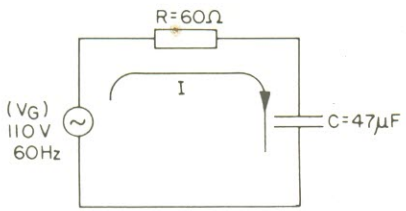
$V_C = X_C \,.\, I = 3 \,.\, 2 = 6V$

c) $X_C = 3\Omega = \frac{1}{6,28.100.C}$

$C = \frac{1}{6,28.100.3} = 530\ \mu F$

2 - Para o circuito determinar:

a) impedância e corrente
b) tensão em R e em C
c) ângulo de defasagem
d) expressões matemáticas da corrente e da tensão
e) diagrama fasorial



Solução:

a) $X_C = \frac{1}{2\pi.f.C} = \frac{1}{6,28.60.47.10^{-6}} \cong 56\,\Omega$

$Z = \sqrt{R^2 + X_C{}^2} = \sqrt{60^2 + 56^2} = 82\,\Omega$

$I = \frac{V_G}{Z} = \frac{110V}{82\Omega} = 1,34A$

b) $V_R = R \,.\, I = 60 \,.\, 1,34 = 80,5V$

$V_C = X_C \,.\, I = 56 \,.\, 1,34 = 75V$

c) $\cos \phi = \frac{R}{Z} = \frac{60}{82} = 0,73 \rightarrow \quad \phi = 43°$

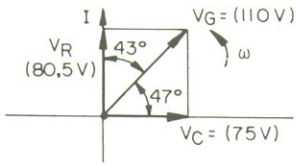
d) Com referência à figura 3.24, considerando que no instante t = 0, os fasores que representam a tensão e a corrente estão como mostra a figura, teremos:

$$i = 1,34 . \sqrt{2} . \text{sen } (\omega t + 90) \qquad (A)$$

$$v_g = 110 . \sqrt{2} . \text{sen } (\omega t + 90 - \phi)$$

$$v_g = 110 . \sqrt{2} . \text{sen } (\omega t + 47) \qquad (V)$$

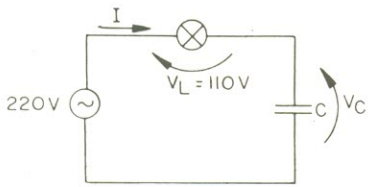
e)



3 - Dispõe-se de uma lâmpada 110V/60W e deseja-se usá-la em uma rede de 220V/60Hz. Uma maneira de fazer isso é colocar em série com a lâmpada um capacitor. Qual deve ser o valor deste capacitor?

Solução:

O capacitor deve apresentar uma reatância de forma que a tensão na lâmpada seja exatamente 110V e para tanto a tensão no capacitor deverá ser:



$$V_C = \sqrt{220^2 - 110^2} = 190V$$

A corrente no circuito é igual à corrente na lâmpada.

$$I = I_L = \frac{60W}{110V} = 0,545A$$

logo a reatância do capacitor deve ser

$$X_C = \frac{V_C}{I} \quad \frac{190V}{0,545} = 348\,\Omega$$

e o valor do capacitor será

$$C = \frac{1}{6,28.f.X_C} = \frac{1}{6,28.60.348} = 7,6\ \mu F$$

Exercícios Propostos

1 - Um resistor de 100Ω e capacitor de 1μF são ligados a uma fonte de tensão de 5V/1KHz. Pede-se calcular:

a) corrente no circuito
b) tensão no capacitor e na resistência
c) ângulo de defasagem

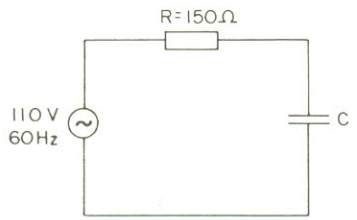
2 - A defasagem entre tensão e corrente num circuito RC série é 60°. Determinar o valor da resistência e da capacitância, sabendo-se que a impedância vale 200Ω e a frequência é 60Hz.

3 - Em um circuito RC série, a tensão no capacitor é 80V e no resistor 80V. Sabendo-se que a corrente no circuito vale 200mA, com f = 60Hz, determinar:

a) tensão no gerador
b) as expressões matemáticas da corrente, tensão no gerador e tensão no capacitor
c) diagrama fasorial
d) defasagem entre tensão e corrente

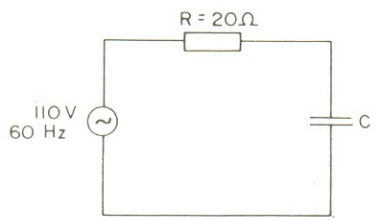
obs.: Os valores de tensão dados são eficazes

4 - No circuito, deseja-se que o F.P seja igual a 0,8. Qual deve ser o valor de C?



5 - No circuito, espera-se que a tensão no capacitor seja a metade da tensão no resistor. Determinar:

a) tensão no resistor e capacitor
b) valor de C
c) defasagem entre tensão e corrente



6 - Em um circuito RC série, o fator de potência é 0,85. A corrente consumida é 8A. A tensão de alimentação é 110V/60Hz. Calcular:

a) potência aparente
b) potência real
c) potência reativa

3.9 Circuito RC Paralelo

Em um circuito RC paralelo, a tensão é a mesma nos dois componentes.

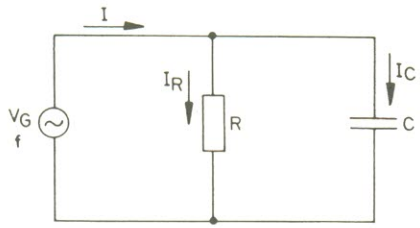


Figura 3.25

O diagrama fasorial correspondente será:

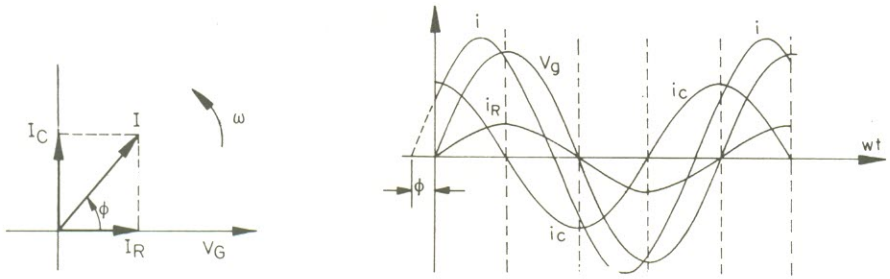


Figura 3.26

As expressões matemáticas das corrente e da tensão são:

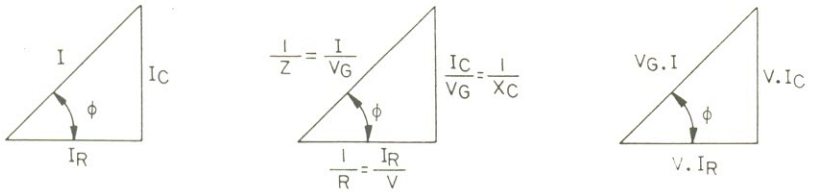
$v_g = V_m \cdot \text{sen } \omega t$

$i = I_m \cdot \text{sen } (\omega t + \phi)$

$i_R = I_{Rm} \cdot \text{sen } \omega t$

$i_C = I_{Cm} \cdot \text{sen } (\omega t + 90)$

Os triângulos de corrente, impedância e potência são respectivamente



(a) (b) (c)

Figura 3.27

Da figura 3.27a tiramos:

$$I^2 = I_R^2 + I_C^2 \qquad (37)$$

ou $$I = \sqrt{I_R^2 + I_C^2}$$

Da figura 3.27b tiramos:

$$\frac{I}{V_G} = \frac{1}{Z}, \quad \frac{I_C}{V} = \frac{1}{X_C}, \quad \frac{I_R}{V_G} = \frac{1}{R}$$

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{X_C^2} + \frac{1}{R^2} \qquad \text{e resolvendo obtemos}$$

$$Z = \frac{X_C \cdot R}{\sqrt{X_C^2 + R^2}}$$

Da figura 3.27c

$P_{Ap} = V_G \cdot I$ = potência aparente (em V.A)

$P\ \phi = V_G \cdot I_R = V_G \cdot I \cdot \cos\phi$ = potência real (em W)

$P_r = V_G \cdot I_C = V_G \cdot I \cdot \operatorname{sen}\phi$ = potência reativa (em $V.A_{rc}$)

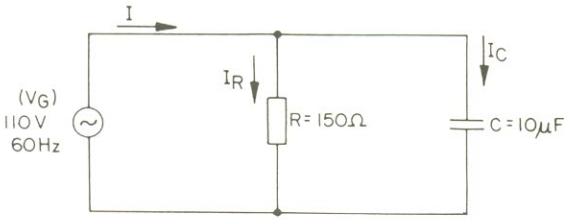
O ângulo de defasagem (ϕ) pode ser calculado em qualquer caso por:

$$\cos\phi = \frac{I_R}{I} \qquad \text{ou} \qquad \cos\phi = \frac{Z}{R} \qquad \text{ou} \qquad \cos\phi = \frac{P}{P_{Ap}}$$

Exercícios Resolvidos

1 - No circuito, determinar:

a) impedância
b) corrente fornecida pelo gerador, corrente no resistor e no capacitor
c) ângulo de defasagem
d) diagrama fasorial
e) potência aparente, real e reativa

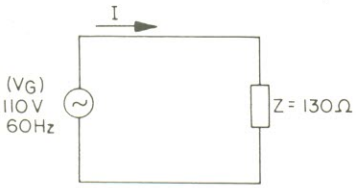


Solução:

a) $Z = \frac{X_C \cdot R}{\sqrt{X_C^2 + R^2}}$ $\qquad X_C = \frac{1}{6,28.60.10.10^{-6}} \cong 265\Omega$

$Z = \frac{265 \cdot 150}{\sqrt{(265)^2 + (150)^2}} \cong 130\Omega$

b)

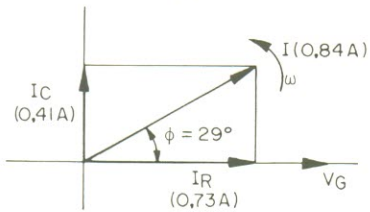


$I = \frac{V_G}{Z} = \frac{110V}{130\Omega} = 0,84A$ $\qquad I_R = \frac{V_G}{R} = \frac{110V}{150\Omega} = 0,73A$

$I_C = \sqrt{I^2 - I_R^2} = \sqrt{(0,84)^2 - (0,73)^2} = 0,41A$

c) $\cos\phi = \frac{I_R}{I} = \frac{0,73A}{0,84A} = 0,87 \rightarrow \phi = 29°$

d)



e) $P_{Ap} = V_G \cdot I = 110 \cdot 0,84 = 92,4$ V.A

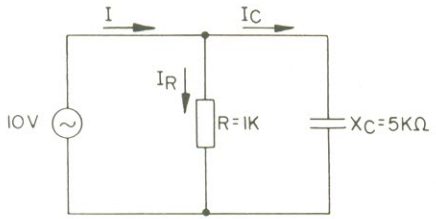
$P = V_G \cdot I \cdot \cos\phi = 92,4 \cdot 0,87 = 80,4$W

$P_r = V_G \cdot I \cdot \text{sen}\phi = 92,4 \cdot 0,48 = 44,8$ V.A$_{rc}$

Exercícios Propostos

1 - No circuito, determinar:

a) impedância
b) ângulo de defasagem
c) corrente total, no resistor e capacitor



2 - Em um circuito RC paralelo, o ângulo de defasagem é 45°. Sabendo-se que a impedância do circuito é 200 Ω, determinar:

a) valor de R
b) valor de C se f = 5KHz

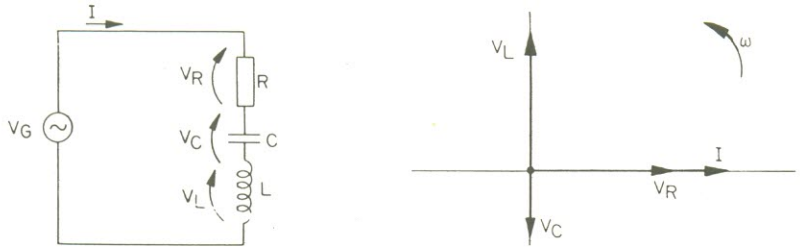
3 - Em um circuito RC paralelo, a corrente consumida é 4mA. Sabendo-se que a corrente no capacitor é 3mA e que o valor da resistência é 10K, pede-se calcular:

a) corrente na resistência
b) tensão total aplicada
c) ângulo de defasagem
d) valor de C se a frequência de operação é 60Hz

3.10 Circuito RLC Série

A figura 3.28 mostra um circuito, contendo uma resistência, uma indutância e uma capacitância em série. A tensão total aplicada é a soma vetorial da tensão na resistência, da tensão na indutância e da tensão na capacitância.

Na construção do diagrama fasorial, a tensão na resistência está em fase com a corrente. A tensão na indutância está adiantada de 90° em relação à corrente, e a tensão na capacitância está atrasada de 90° em relação à corrente.



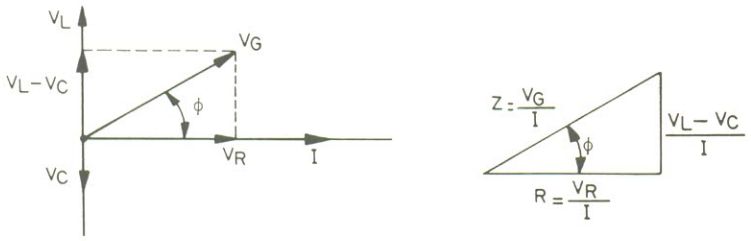
(a) (b)

Figura 3.28

Na figura 3.28b, observe que V_L e V_C estão defasadas de 180°. Para somar as três tensões, primeiramente somamos V_L com V_C.

Como V_L e V_C estão defasados de 180°, a soma vetorial de V_L com V_C é simplesmente a subtração $V_L - V_C$ (aqui consideramos $V_L > V_C$).

A partir do diagrama da figura 3.28b, obtemos o diagrama de tensões na figura 3.29a e o diagrama de impedância da figura 3.29b.



(a) (b)

Figura 3.29

Da figura 3.29a tiramos:

$$V_G = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} \qquad (39)$$

Na figura 3.29b:

$$\frac{V_G}{I} = Z = \text{impedância}$$

$$\frac{V_R}{I} = \text{resistência do circuito} = R$$

$$\frac{V_L - V_C}{I} = \frac{V_L}{I} - \frac{V_C}{I} = X_L - X_C$$

X_L = reatância indutiva

X_C = reatância capacitiva

Logo, podemos escrever:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad (40)$$

Da equação (40) quando $X_L = X_C$ a impedância do circuito será igual a R, o circuito comporta-se como um circuito puramente resistivo, e portanto a tensão aplicada e a corrente estarão em fase. Esta situação é conhecida como **ressonância.**

A ressonância ocorre em uma frequência f_o na qual $X_L = X_C$, isto é:

$$\omega_o \cdot L = \frac{1}{\omega_o \cdot C} \quad \text{ou} \quad \omega_o^2 = \frac{1}{L.C}$$

e finalmente

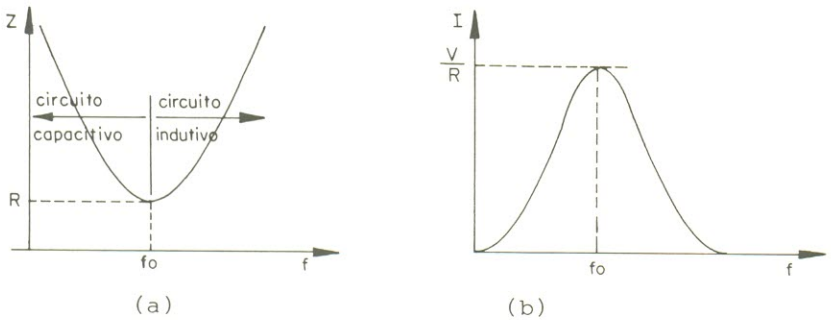
$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L.C}} \qquad (41)$$

sendo que $\omega_o = 2\pi . f_o$

$$f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}$$

Uma forma de visualizarmos o que acontece no circuito quando a frequência varia, é desenhar o gráfico da impedância em função da frequência e o gráfico da corrente em função da frequência.

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} \qquad I = \frac{V}{Z} \qquad \frac{V}{\sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2}}$$



(a) (b)

Figura 3.30

Da figura 3.30 tiramos algumas conclusões:

- Na frequência de ressonância f_o, o circuito é puramente resistivo Z = R. A corrente será máxima valendo V/R.
- Abaixo da frequência de ressonância a impedância aumenta. Como $X_C > X_L$, a impedância é capacitiva, a corrente estará adiantada em relação à tensão aplicada. Observe que para frequência zero (C.C), a impedância é infinita, sendo nula a corrente.
- Acima da frequência de ressonância, $X_L > X_C$, o circuito é indutivo, a corrente estará atrasada em relação à tensão. Quanto maior for a frequência, maior a impedância e menor a corrente.

3.10.1 Largura de Faixa - Fator de Qualidade

Na figura 3.30b, define-se largura de faixa (L.F) como sendo:

$$L . F = f_{cs} - f_{ci} \qquad (42)$$

f_{cs} = frequência de corte superior

f_{ci} = frequência de corte inferior

As frequências de corte, são frequências nas quais a corrente cai para um valor igual a 70,7% da corrente máxima.

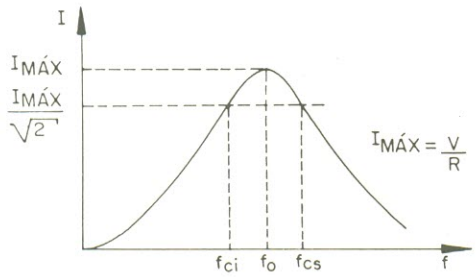


Figura 3.31

A largura de faixa depende da qualidade da bobina. Uma bobina ideal tem resistência ôhmica do fio nula. Na prática, o fio da bobina apresenta uma resistencia R_B. Define-se **fator de qualidade** da bobina como sendo:

$$Q = \frac{XL_O}{R_B} \qquad (43)$$

$XL_O = 2\pi . f_O . L$ = reatância da bobina na frequência de ressonância

R_B = resistência ôhmica do fio da bobina

O fator de qualidade do **circuito** é dado por:

$$Q' = \frac{XL_O}{R_T} \qquad (44)$$

R_T = resistência ôhmica total do circuito

$XL_O = 2\pi . f_O . L$

A largura de faixa do circuito está relacionada com o fator de qualidade através da expressão:

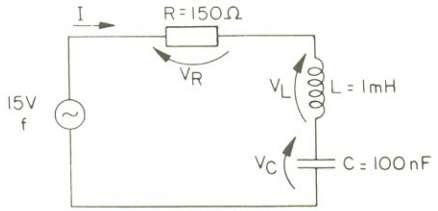
$$L \cdot F = \frac{f_O}{Q'} \qquad (45)$$

Donde concluímos que, quanto maior o fator de qualidade do circuito, menor a largura de faixa (mais aguda é a curva da figura 3.31).

Exercícios Resolvidos

1 - Com relação ao circuito pede-se:

a) frequência de ressonância
b) valor da corrente na frequência de ressonância
c) defasagem do circuito na ressonância
d) se f = 20KHz, calcular a corrente e a defasagem
e) se f = 10KHz, calcular a corrente e a defasagem



Solução:

a) $f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}} = \frac{1}{6,28\sqrt{10^{-3} \cdot 10^{-7}}} = 15.923 \text{ Hz}$

b) Na ressonância $X_L = 2\pi.f_o.L = 6,28 \cdot 15923 \cdot 10^{-3} = 100\,\Omega$

$$X_C = \frac{1}{2\pi.f_o.C} = \frac{1}{6,28 \cdot 15923 \cdot 10^{-7}} = 100\,\Omega$$

a impedancia do circuito será:

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = R = 150\,\Omega$$

logo, a corrente valerá:

$$I = I_{máx} = \frac{15V}{150\,\Omega} = 0,1A = 100mA$$

c) Como na ressonância, o circuito é puramente resistivo, sendo a defasagem entre a tensão e a corrente zero.

d) se f = 20KHz

$X_L = 6,28 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 10^{-3} = 125,6\,\Omega$

$$X_C = \frac{1}{6,28 \cdot 2 \cdot 10^4 \cdot 10^{-7}} = 79,6\,\Omega$$

$$Z = \sqrt{R^2 + (X_L - X_C)^2} = \sqrt{(150)^2 + (125,6 - 79,6)^2} \cong 157\,\Omega$$

$Z \cong 157\,\Omega$ logo $I = \frac{15\ V}{157\,\Omega} = 95,5\ mA$

Da figura 3.29b tiramos:

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{150}{157} = 0,955 \rightarrow \phi = 17°$$

o circuito é indutivo.

e) se f = 10KHz

$X_L = 6,28 \cdot 10^4 \cdot 10^{-3} = 62,8\,\Omega$

$$X_C = \frac{1}{6,28 \cdot 10^4 \cdot 10^{-7}} = 159,2\,\Omega$$

A impedância do circuito nesta frequência será:

$$Z = \sqrt{(150)^2 + (159{,}2 - 62{,}8)^2} = 178\Omega$$

$$I = \frac{15V}{178\Omega} = 84mA$$

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{150}{178} = 0{,}842 \rightarrow \phi = 32°$$

O circuito é capacitivo.

No caso em que f = 20KHz, a tensão está adiantada de 17° em relação à corrente.

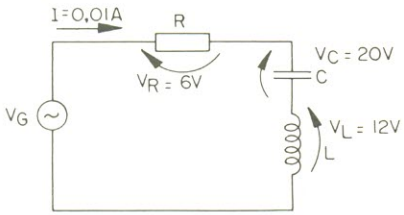
No caso em que f = 10KHz, a tensão está atrasada de 32° em relação à corrente.

2 - Em um circuito RLC série, a tensão no resistor é 6V, no capacitor é 20V e no indutor é 12V. Se a corrente consumida é 0,01A, pede-se:

a) tensão total aplicada
b) impedância do circuito
c) desenhe o diagrama fasorial
d) ângulo de defasagem

Solução:

a)

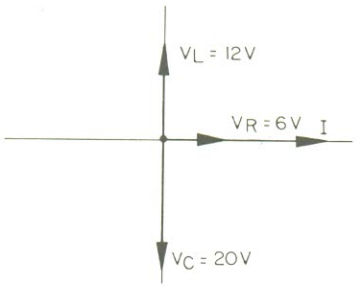


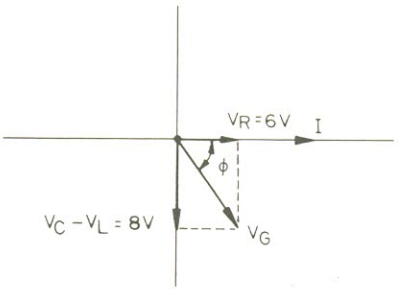
$$V_G = \sqrt{V_R^2 + (V_L - V_C)^2} = \sqrt{6^2 + (12 - 20)^2}$$

$$= \sqrt{36 + (-8)^2} = \sqrt{36 + 64} = 10V$$

b) $Z = \frac{V_G}{I} = \frac{10V}{0{,}01A} = 1000\Omega$

c)





d) $tg\phi = \frac{8}{6} = 1,33 \rightarrow \phi \cong 53°$

Exercícios Propostos

1 - A bobina de sintonia de um rádio tem indutância de 200μH. Calcule quais os limites que deve ter um capacitor variável, para que o circuito entre em ressonância na faixa de 540KHz a 1300KHz.

2 - Em um circuito RLC série, C = 50pF, L = 50 μH, R=100 Ω. Calcular:

a) frequência de ressonância
b) corrente no circuito se f = $f_o/2$, sabendo-se que v = 10V

3 - Num circuito RLC série, a defasagem é 60°, circuito capacitivo. Sendo a impedância igual a 200Ω e $X_C = 2X_L$, determinar:

a) valor de R
b) valor da reatância capacitiva
c) valor da reatância indutiva

3.11 Circuito RLC Paralelo

No circuito da figura 3.32, a tensão aplicada é a mesma em todos os componentes.

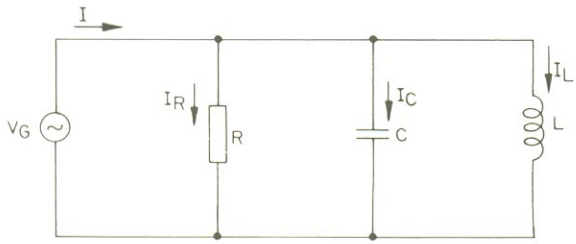
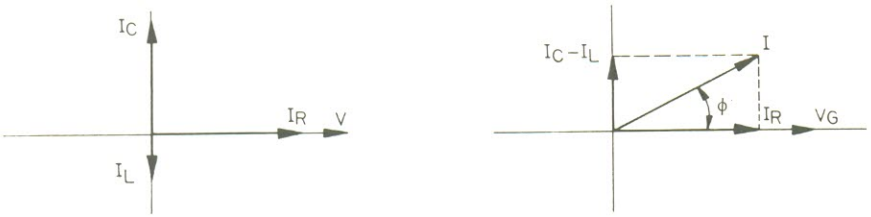


Figura 3.32

O diagrama fasorial do circuito é:



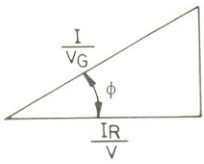
(a) (b)

Figura 3.33

Da figura 3.33b obtemos:

$$I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} \qquad (46)$$

Se dividirmos os lados do triângulo de corrente na figura 3.33b por VG obteremos:



$$\frac{I_C - I_L}{V_G} = \frac{I_C}{V_G} - \frac{I_L}{V_G}$$

Figura 3.34

Na figura 3.34:

$$\frac{I}{V_G} = \frac{1}{Z} \qquad \frac{I_R}{V_G} = \frac{1}{R}$$

$$\frac{I_C}{V_G} = \frac{1}{X_C} \qquad \frac{I_L}{V_G} = \frac{1}{X_L}$$

portanto na figura 3.34, escrevemos:

$$\frac{1}{Z^2} = \frac{1}{R^2} + \left(\frac{1}{X_C} - \frac{1}{X_L} \right)^2$$

desenvolvendo a expressão acima chegamos a:

$$Z = \frac{R \cdot X_L \cdot X_C}{\sqrt{X_C^2 \cdot X_L^2 + R^2 \cdot (X_L - X_C)^2}} \qquad (47)$$

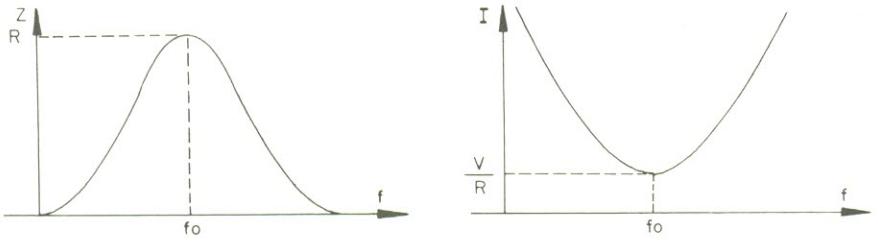
Na equação (46), se $X_L = X_C$, podemos observar que resultará para a impedância:

$$Z = R$$

Assim como no circuito RLC série, a frequência na qual isto ocorre é chamada de frequência de ressonância, valendo:

$$\omega_0 = \frac{1}{L.C} \qquad f_o = \frac{1}{2\pi\sqrt{L.C}}$$

O comportamento da impedância e da corrente em função da frequência é dado pelos gráficos da figura 3.35.



(a) (b)

Figura 3.35

Na frequência zero (c.c), o indutor comporta-se como um curto-circuito, desta forma a impedância é zero, e a corrente tende para infinito (é claro que na prática existe a resistência ôhmica da bobina). À medida que a frequência aumenta, a impedância aumenta. Na frequência de ressonância, o valor da impedância é máximo e igual à R, a corrente é mínima, valendo $\frac{V_G}{R}$.

Aumentando muito a frequência, a reatância do capacitor diminui, tendendo para zero, enquanto a corrente aumenta muito.

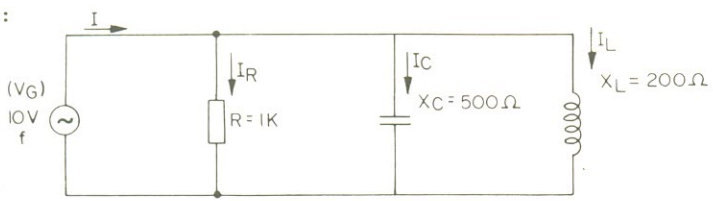
Exercícios Resolvidos

1 - Num circuito RLC paralelo, R = 1KΩ, X_L = 200Ω e X_C = 500Ω. A tensão aplicada é 10V, pede-se determinar:

a) corrente em cada componente
b) corrente total
c) impedância do circuito
d) defasagem entre tensão e corrente

Solução:

a)



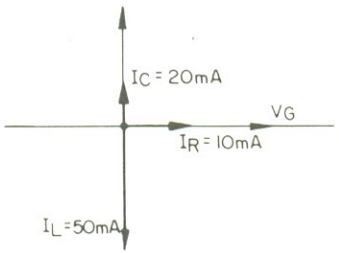
$I_R = \frac{10V}{1K} = 10mA$ $I_C = \frac{10V}{500\Omega} = 20mA$ $I_L = \frac{10V}{200\Omega} = 50mA$

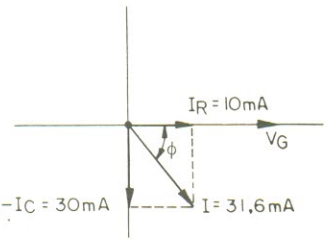
b) $I = \sqrt{I_R^2 + (I_C - I_L)^2} = \sqrt{10^2 + (20 - 50)^2} = \sqrt{10^2 + (-30)^2} =$

$I = 31,6mA$

c) $Z = \frac{V_G}{I} = \frac{10V}{31,6mA} = 0,316K = 316\Omega$

d)

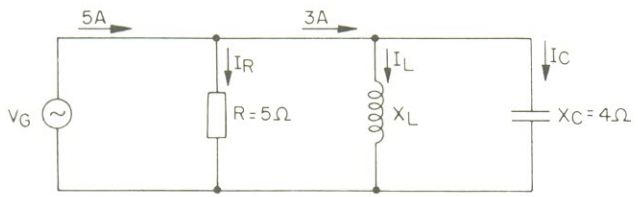




$$\cos\phi = \frac{10}{31,6} = 0,316 \rightarrow \quad \phi = 71,5°$$

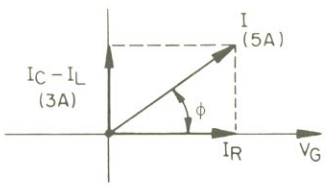
2 - Sabendo-se que o circuito é capacitivo, determinar:

a) valor de I_R
b) tensão aplicada
c) valor de I_C
d) valor de X_L e ângulo de defasagem



Solução:

a) No circuito, a corrente de 3A é o resultado da soma vetorial de I_C com I_L. Sabendo-se que o circuito é capacitivo $I_C > I_L$ ou ainda $I_C - I_L = 3A$.



Tiramos I_R

$$I_R = \sqrt{5^2 - 3^2} = 4A$$

b) $V_G = R \cdot I_R = 5 \cdot 4 = 20V$

c) $I_C = \frac{V_G}{X_C} = \frac{20V}{4\Omega} = 5A$

d) $I_C - I_L = 3A \rightarrow \quad I_L = 2A$

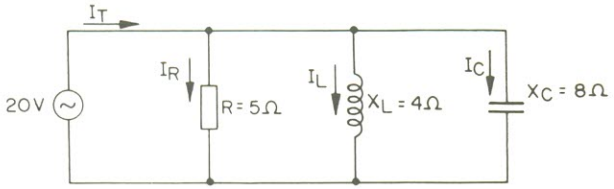
$$X_L = \frac{V_G}{I_L} = \frac{20V}{2A} = 10\Omega$$

$$\cos\phi = \frac{I_R}{I} = \frac{4A}{5A} = 0,8 \rightarrow \quad \phi \cong 37°$$

Exercícios Propostos

1 - No circutio, pede-se determinar:

a) corrente em todos os componentes
b) corrente total
c) impedância
d) ângulo de defasagem

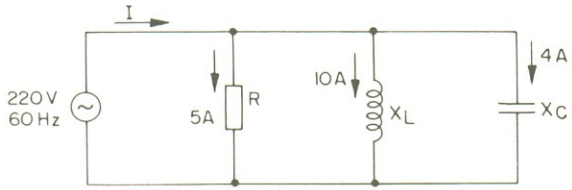


2 - Em um circuito RLC paralelo, R = 5K C = 1nF. Calcular:

a) valor de L para que o circuito ressoe em 100 KHz
b) com o valor de L calculado em a, calcule a impedância do circuito na frequência de 50KHz e a defasagem

3 - No circuito, determinar:

a) R, X_L, X_C, Z, I
b) represente o diagrama fasorial
c) ângulo de defasagem



3.12 Correção do Fator de Potência

Antes de mostrarmos como corrigir o F.P de uma instalação, vejamos o porquê desta necessidade.

Consideremos que uma instalação consome uma potência de 120KVA, quando a tensão de alimentação é 600V. A corrente de alimentação será:

$$I = \frac{P_{Ap}}{V_G} = \frac{120.000}{600} = 200A$$

No caso de carga puramente resistiva (aquecedores, lâmpadas, etc), toda a potência consumida será potência real, e o F.P será igual a 1.

A potência real será

$$P = V_G \cdot I \cdot \cos\phi = 600 \cdot 200 \cdot 1 = 120KW$$

No caso de circuito contendo resistência e indutância e sendo o F.P = 0,5, a potência real será:

$$P = V_G \cdot I \cdot \cos\phi = 600 \cdot 200 \cdot 0,5 = 60KW$$

A potência real diminui com a diminuição do F.P, enquanto a potência reativa aumenta. Se quizermos manter a mesma potência real, com um F.P menor, a potência aparente deve aumentar para

$$P_{Ap} = \frac{P}{\cos\phi} = \frac{120.000}{0,5} = 240KVA$$

enquanto a corrente consumida aumentará para:

$$I = \frac{P}{V_G} = \frac{240.000}{600} = 400A$$

Neste caso, algumas alterações devem ser processadas. Se houver transformador, no caso de F.P = 0,5, o transformador deve ser bem maior.

Como a corrente aumenta (dobra), há necessidade de trocar a fiação por outra mais grossa, evitando as perdas ($R.I^2$) e a queda de tensão na linha.

Com tudo isso, concluímos que é importante controlar o F.P de uma instalação, procurando sempre manter o mais próximo possível de 1.

A diminuição do F.P de uma instalação se deve a vários fatores, entre os quais citamos:

a) Motores C.A operando em vazio ou com pequena carga.
b) Transformadores operando em vazio.
c) Reatores de lâmpadas fluorescentes.

A melhoria do F.P pode ser feita de várias formas. Aqui só consideraremos uma, o uso de capacitores.

O uso de capacitores oferece algumas vantagens em relação aos outros métodos, tais como: pequeno tamanho não tem partes móveis e desta forma, é mais fácil de operar e é mais seguro e por último, dissipa pouca potência.

Como já foi visto, em um circuito C.A, um capacitor tem a propriedade de adiantar a corrente em relação à tensão. Como um indutor atrasa a corrente em relação à tensão, a colocação de um capacitor pode compensar esse atraso. O ângulo de fase pode ser reduzido a zero. Por razões econômicas e práticas, basta manter o F.P acima de 0,85.

O valor do capacitor, que corrige o F.P, pode ser calculado como se segue.

Consideremos uma impedância Z indutiva, cujo ângulo de fase é ϕ_1, e queremos diminuir esse ângulo para ϕ.

A figura 3.36 mostra o circuito sem correção e o seu diagrama fasorial.

Figura 3.36

A colocação do capacitor em paralelo com a carga, reduz o ângulo de fase de ϕ_1 para ϕ , o que equivale a dizer que o F.P aumenta.

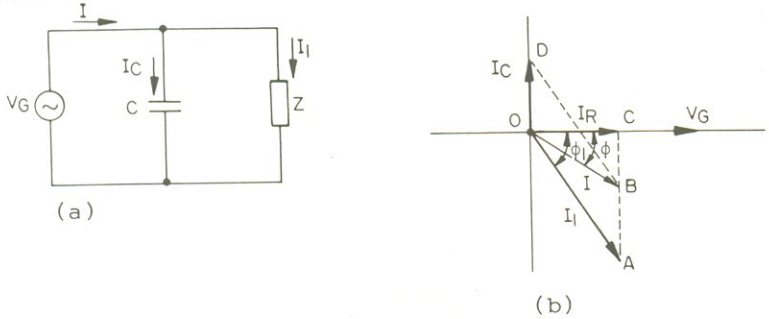


Figura 3.37

Observe que a colocação do capacitor não deve alterar a potência real (ativa) do circuito, só a potência aparente. Por isso mesmo que a colocação do capacitor deve ser tal, que o valor da corrente I_R responsável pela parcela da potência real não mude. O valor desta corrente é dado pelo vetor OC.

$$OC = I_1 \cdot \cos\phi_1 = OA \cdot \cos\phi_1$$

Da fórmula de potência real $P = V_G \cdot I \cdot \cos\phi$ tiramos:

$$OC = I_1 \cdot \cos\phi_1 = \frac{P}{V_G}$$

A corrente total, no circuito corrigido, é a soma vetorial (regra do paralelograma) de I_C com I_1.

Dos triângulos OAC e OBC tiramos:

$$AC = OC \cdot tg\phi_1$$

$$BC = OC \cdot tg\phi$$

Ainda nos diagramas, temos que:

$$AB = OD = AC - BC = OC \cdot tg\phi_1 - OC \cdot tg\phi = OC.(tg\phi_1 - tg\phi)$$

Como $OC = \frac{P}{V_G}$ e $AB = OD = I_C$

$$I_C = \frac{P}{V_G} \cdot (tg\phi_1 - tg\phi)$$

Por outro lado $I_C = V_G \cdot \omega \cdot C$, comparando as duas expressões obtemos:

$$C = \frac{P}{\omega \cdot V_G^2} \cdot (tg\phi_1 - tg\phi)$$

Exercícios Resolvidos

1 - Um motor consome uma potência de 10KW a 600V com um F.P = 0,6. Calcule a capacitância do capacitor que aumenta o F.P para 0,9, sendo a frequência 60Hz.

Solução:

$\cos\phi_1 = 0,6 \rightarrow \phi_1 \cong 53° \rightarrow tg\phi_1 = 1,33$

$\cos\phi = 0,9 \rightarrow \phi \cong 25° \rightarrow tg\phi = 0,48$

$P = 10KW \qquad \omega = 377\ rd/s \qquad V_G = 600V$

$$C = \frac{P}{\omega . V_G^2} \cdot (tg\phi_1 - tg\phi) = \frac{10.000}{377.(600)^2} \cdot (1,33 - 0,48)$$

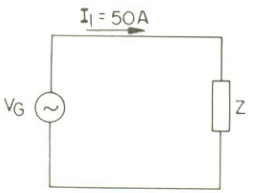
$C = 62,6\ \mu F$

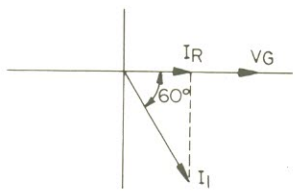
2 - Uma carga tem uma potência real (ativa) de 11.000W, consumindo uma corrente de 50A com um ângulo de defasagem de 60° (indutivo). Calcular:

a) valor da capacitância que dá um F.P = 0,85
b) corrente total consumida após a correção
c) potência aparente após a correção

Solução:

a) situação antes da correção

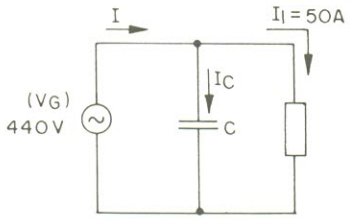


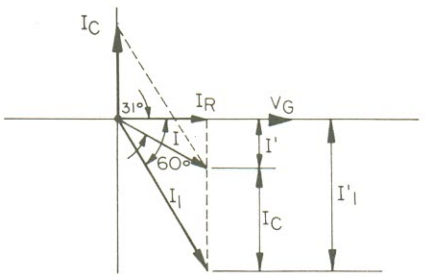


$P = 11.000 = V_G \cdot 50 \cdot \cos 60 \rightarrow V_G = 440V$

$\cos\phi = 0,85 \rightarrow \phi \cong 31°$ (novo ângulo de defasagem)

após a correção:





No diagrama fasorial, temos que a soma vetorial de I_1 com I_C deve ser igual a I.

I'_1 = componente reativa da corrente I_1.

$I'_1 = I_1 \cdot \text{sen}60° = 50 \cdot 0,866 = 43,3A$

I_R = componente real (ativa) da corrente na carga

$I_R = I_1 \cdot \cos 60° = 50 \cdot 0,5 = 25A$

A corrente real na carga deve ser a mesma antes e após a correção.

A corrente fornecida pelo gerador agora é I, com novo ângulo de defasagem ($\phi = 31°$).

$$I = \frac{I_R}{\cos \phi} = \frac{25A}{0,85} = 29,1A$$

observe que a corrente fornecida pelo gerador diminui de 50A para 29,1A, sem diminuir a potência real.

A componente reativa da corrente fornecida pelo gerador é I', valendo:

$$I' = I \cdot \text{sen}\,\phi = 29,1 \cdot 0,515 = 15A$$

Ainda do diagrama tiramos:

$$I = I'_1 - I' = 43,3 - 15 = 28,3A$$

Como $I_C = V_G \cdot \omega \cdot C$ $\qquad C = \frac{I_C}{V_G \cdot \omega} = \frac{28,3}{440 \cdot 377} = 170,6\ \mu F$

evidentemente poderíamos ter usado a fórmula direta

$$C = \frac{P}{\omega \cdot V_G^2} \cdot (\text{tg}\,\phi_1 - \text{tg}\,\phi) = \frac{V \cdot I_R}{\omega \cdot V_G^2} \cdot (\text{tg}\,\phi_1 - \text{tg}\,\phi)$$

$$C = \frac{I_R}{\omega \cdot V_G} \cdot (\text{tg}\phi_1 - \text{tg}\phi) = \frac{25}{377 \cdot 440} \cdot (\text{tg}60° - \text{tg}31°)$$

$$C = 170,6\ \mu F$$

b) A corrente total consumida pelo circuito, após a correção, será:

$$I = 29,1A$$

c) A potência aparente, após a correção, será:

$P_{Ap} = V_G \cdot I = 440 \cdot 29{,}1 = 12.804$ V.A

antes tínhamos: $P_{Ap} = 440 \cdot 50 = 22.000$ V.A

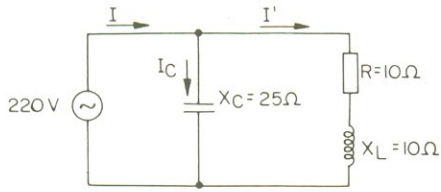
Exercícios Propostos

1 - Uma instalação elétrica tem as características 10KVA/220V e cosϕ = 0,5 indutivo. Pede-se calcular:

a) corrente total consumida
b) potência real (ativa)
c) potência reativa
d) valor do capacitor que aumenta o F.P para 0,85
e) valor total da corrente consumida após a correção
f) potência aparente e potência reativa após a correção

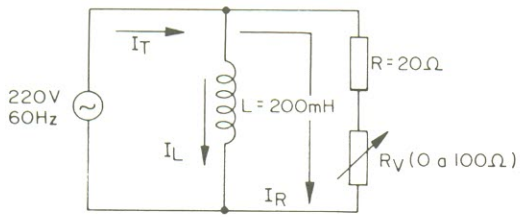
2 - No circuito, pede-se determinar:

a) corrente total (I)
b) impedância
c) ângulo de defasagem entre tensão e corrente



3 - No circuito, calcular:

a) valor de R_V para o qual o F.P é igual a 0,85. Valor de I_R, I_L e I_T para essa condição
b) qual o valor do F.P se R_V = 0Ω? há necessidade da correção do F.P (F.P > 0,85)? se há, qual deve ser o valor do capacitor?
c) se R_V = 100Ω, há necessidade de correção do F.P? se há, qual deve ser o valor de C para que F.P > 0,85?



4 - Uma instalação elétrica alimentada por um gerador de 220V/60Hz tem uma potência de 20KVA. Calcule a potência real consumida pela instalação para os seguintes valores de F.P.: 1;0,8; 0,6; 0,4 e 0,2.

5 - As características de um motor monofásico são: U = 120V; I = 10A; F.P = 0,8. Calcular:

a) sua resistência
b) sua reatância indutiva
c) impedância do seu enrolamento

6 - A corrente, a tensão e a resistência de uma bobina são respectivamente de 10A, 220V/60Hz e 10 Ω. Calcular:

a) potência real
b) potência aparente
c) potência reativa
d) impedância
e) fator de potência
f) valor do capacitor que corrige o F.P para 0,85 (se F.P em <u>e</u> for menor que 0,85)

3.13 Circuitos Mistos

Na figura 3.38, temos a associação paralela de dois circuitos RL série.

A impedância de cada ramo será:

$$Z_1 = \sqrt{R^2 + (\omega L_1)^2}$$

$$Z_2 = \sqrt{R^2 + (\omega L_2)^2}$$

A corrente em cada ramo valerá:

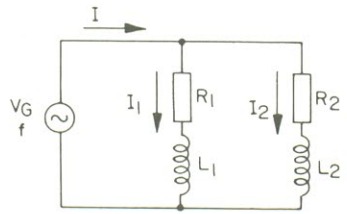
$$I_1 = \frac{V_1}{Z_1} \qquad I_2 = \frac{V_2}{Z_2}$$

O ângulo de fase entre tensão e corrente em cada ramo, poderá ser calculado por:

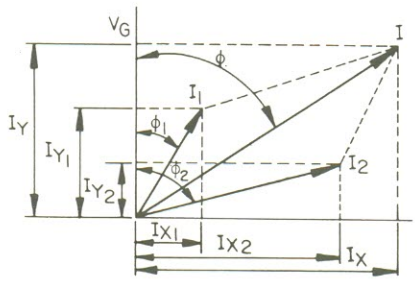
$$\cos\phi_1 = \frac{R_1}{Z_1} \qquad \text{e} \qquad \cos\phi_2 = \frac{R_2}{Z_2}$$

A figura 3.38b mostra o diagrama fasorial do circuito. Como a tensão aplicada nos ramos é a mesma, consideremos que o ângulo inicial de fase da tensão é 90°. Como em cada ramo temos uma indutância, a corrente estará atrasada em relação à tensão aplicada. Sejam ϕ_1 e ϕ_2 os ângulos de fase, com $\phi_2 > \phi_1$.

A corrente total consumida pelo circuito (I) pode ser obtida, somando-se vetorialmente I_1 com I_2 (regra do paralelo grama).



(a)



(b)

Figura 3.38

Da figura 3.38b tiramos:

$$I_{x_1} = I_1 \cdot \operatorname{sen}\phi_1 \qquad I_{y_1} = I_1 \cdot \cos\phi_1$$

$$I_{x_2} = I_2 \cdot \operatorname{sen}\phi_2 \qquad I_{y_2} = I_2 \cdot \cos\phi_2$$

$$I_x = I_{x_1} + I_{x_2} \qquad I_y = I_{y_1} + I_{y_2}$$

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} \qquad \cos\phi = \frac{I_y}{I}$$

A impedância do circuito na figura 3.38, pode ser calculado por:

$$Z = \frac{V_G}{I}$$

Exemplo: Na figura 3.38a, são dados f = 60Hz, L_1 = 0,02H, R_1 = 10Ω, L_2 = 30mH, R_2 = 8Ω, V_G = 110V, f = 60Hz. Calcular:

a) corrente em cada ramo
b) corrente total consumida
c) ângulo de fase do circuito
d) impedância do circuito
e) potência aparente, real e reativa
f) o circuito pode ser substituído por uma resistência (R) em série com uma indutância (L). Quais os valores de R e L?

Solução:

a) Cálculo da impedância de cada ramo

$$\omega = 2\pi.f = 2\pi.60 = 377 \text{ rd/s}$$

$$Z_1 = \sqrt{(10)^2 + (377 \cdot 0{,}02)^2} = 12{,}52\,\Omega$$

$$I_1 = \frac{V_G}{Z_1} = \frac{110V}{12{,}52\,\Omega} = 8{,}78A$$

$$\cos\phi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{10}{12{,}52} = 0{,}798 \rightarrow \phi_1 = 37°$$

$$Z_2 = \sqrt{8^2 + (377 \cdot 0{,}03)^2} = 13{,}85\,\Omega$$

$$I_2 = \frac{V_G}{Z_2} = \frac{110V}{13,85} = 7,94A$$

$$\cos\phi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{8}{13,85} = 0,577 \quad \rightarrow \quad \phi_2 \cong 54°$$

b) $I_{x_1} = I_1 \cdot \operatorname{sen}\phi_1 = 8,78 \cdot 0,60 = 5,28A$

$I_{y_1} = I_1 \cdot \cos\phi_1 = 8,78 \cdot 0,798 = 7A$

$I_{x_2} = I_2 \cdot \operatorname{sen}\phi_2 = 7,94 \cdot 0,816 = 6,48A$

$I_{y_2} = I_2 \cdot \cos\phi_2 = 7,94 \cdot 0,577 = 4,58A$

$I_x = I_{x_1} + I_{x_2} = 5,28 + 6,48 = 11,76A$

$I_y = I_{y_1} + I_{y_2} = 7 + 4,58 = 11,58A$

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} = \sqrt{(11,76)^2 + (11,58)^2} = 16,5A$$

c) $$\cos\phi = \frac{I_y}{I} = \frac{11,58}{16,5} = 0,7 \quad \rightarrow \quad \phi \cong 45,57°$$

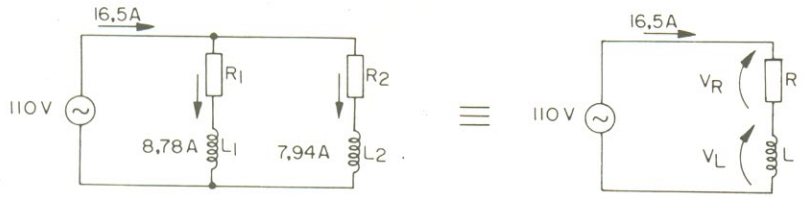
d) $$Z = \frac{V_G}{I} = \frac{110V}{16,5A} = 6,66\Omega$$

e) $P_{Ap} = V_G \cdot I = 110 \cdot 16,5 = 1815\ V.A$

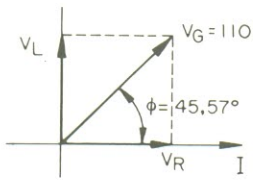
$P = V_G \cdot I \cdot \cos\phi = 1815 \cdot 0,7 = 1270W$

$P_{ri} = V_G \cdot I \cdot \operatorname{sen}\phi = 1815 \cdot 0,714 = 1296\ V.A_{ri}$

f)



O circuito equivalente tem o seguinte diagrama fasorial:



$V_L = V_G.\operatorname{sen}\phi = 110 \cdot 0,714$

$V_L = 78,54V$

$$X_L = \frac{V_L}{I} = \frac{78,54V}{16,54A} = 4,76\Omega$$

$$X_L = \omega \cdot L \quad \rightarrow \quad L = \frac{4,76}{377} = 0,0126H = 126mH$$

$V_R = V_G \cdot \cos\phi = 110 \cdot 0,7 = 77V$

$$R = \frac{V_R}{I} = \frac{77V}{16,5A} = 4,66\Omega$$

Na figura 3.39, a associação é de um RC série em paralelo com um RL série. A análise é feita de maneira análoga ao circuito da figura 3.38.

A impedância de cada ramo é

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + (\omega L_1)^2} \qquad Z_2 = \sqrt{R_2^2 + \left(\frac{1}{\omega . C_2}\right)^2}$$

e a corrente em cada ramo vale

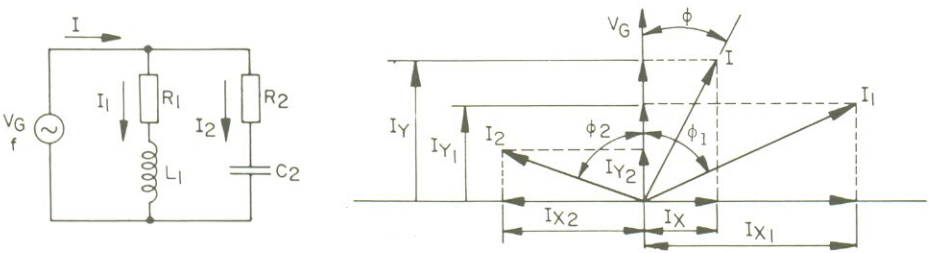
$$I_1 = \frac{V_G}{Z_1} \qquad \text{e} \qquad I_2 = \frac{V_G}{Z_2}$$

O ângulo de fase entre a tensão V_G e a corrente em cada ramo, será:

$$\cos \phi_1 = \frac{R_1}{Z_1} \qquad \cos \phi_2 = \frac{R_2}{Z_2}$$

A figura 3.39b mostra o diagrama fasorial, onde o ângulo de fase da tensão é 90°.

No caso do ramo 1, a corrente está atrasada de um ângulo ϕ_1 em relação à tensão, pois tem uma indutância. No ramo 2, como existe um capacitor, a corrente estará adiantada de um ângulo ϕ_2 em relação à tensão.



(a) (b)

Figura 3.39

Da figura 3.39a tiramos:

$$I_{x1} = I_1 . \operatorname{sen} \phi_1 \qquad I_{y1} = I_1 . \cos \phi_1$$

$$I_{x2} = I_2 . \operatorname{sen} \phi_2 \qquad I_{y2} = I_2 . \cos \phi_2$$

$$I_x = I_{x1} - I_{x2} \qquad I_y = I_{y1} + I_{y2}$$

$$I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2} \qquad \cos \phi = \frac{I_y}{I}$$

Exemplo:

Na figura 3.39a, são dados $R_1 = 4\,\Omega$ $X_{L1} = 3\,\Omega$, $R_2 = 3\,\Omega$, $X_{C2} = 4\,\Omega$, $V_G = 110V$ $f = 60Hz$, calcular:

a) valores de I_1 e I_2
b) valor de I
c) fator de potência do circuito

d) impedância no circuito
e) potência aparente, real e reativa

Solução:

a) $Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L_1}^2} = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5\Omega$

$Z_2 = \sqrt{R_2^2 + X_{C_2}^2} = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\Omega$

$I_1 = \frac{V_G}{Z_1} = \frac{110V}{5\Omega} = 22A$

$I_2 = \frac{V_G}{Z_2} = \frac{110V}{5\Omega} = 22A$

b) $I = \sqrt{I_x^2 + I_y^2}$

$\cos\phi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{4}{5} = 0,8 \rightarrow \phi_1 = 36,86°$

$\cos\phi_2 = \frac{R_2}{Z_2} = \frac{3}{5} = 0,6 \rightarrow \phi_2 = 53,13°$

$I_{x1}\ \phi = I_1 \cdot \text{sen}\,\phi_1 = 22 \cdot 0,6 = 13,2A$

$I_{y_1} = I_1 \cdot \cos\phi_1 = 22 \cdot 0,8 = 17,6A$

$I_{x_2} = I_2 \cdot \text{sen}\,\phi_2 = 22 \cdot 0,8 = 17,6A$

$I_{y_2} = I_2 \cdot \cos\phi_2 = 22 \cdot 0,6 = 13,2A$

$I_x = I_{x1} - I_{x2} = 13,2 - 17,6 = -4,4A$

Isto significa que I está adiantada em relação à tensão (a projeção de I no eixo horizontal está do lado esquerdo do eixo vertical).

$I_y = I_{y1} + I_{y2} = 17,6 + 13,2 = 30,8A$

$I = \sqrt{(4,4)^2 + (30,8)^2} = 31,11A$

c) $\cos\phi = \frac{I_y}{I} = \frac{30,8}{31,11} = 0,989$ (capacitivo) $\rightarrow \phi = 8,13°$

d) $Z = \frac{V_G}{I} = \frac{110V}{31,11A} = 3,53\Omega$

e) $P_{Ap} = V_G \cdot I = 110 \cdot 31,11 = 3.422$ V.A

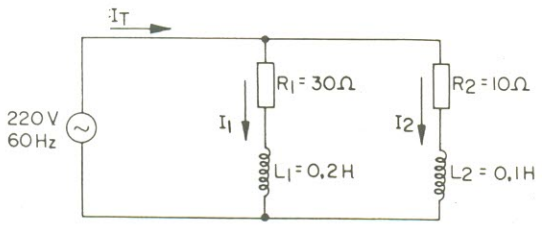
$P = V_G \cdot I \cdot \cos\phi = 3.422 \cdot 0,989 = 3.387$ W

$P_r = V_G \cdot I \cdot \text{sen}\,\phi = 3.422 \cdot 0,141 = 483,9$ V.Arc

Exercícios Propostos

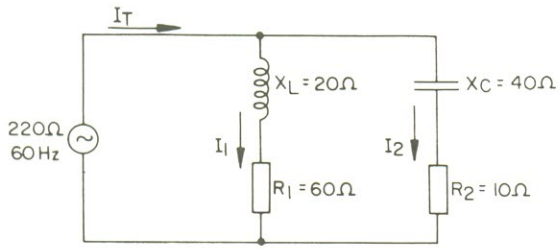
1 - Com relação ao circuito, pede-se calcular:

a) I_1, I_2 e I_T
b) desenhar o diagrama fasorial
c) a impedância total e o F.P do circuito
d) se o F.P for menor que 0,85, calcular o capacitor que eleva o F.P para 0,85.



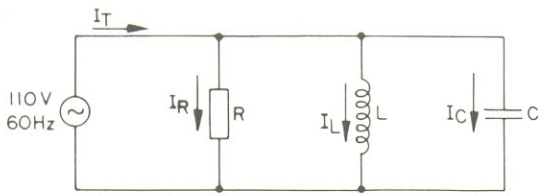
2 - No circuito, calcular:

a) valor de I_1, I_2 e I_T
b) tensão em cada componente
c) impedância do circuito e ângulo de defasagem
d) potência real, aparente e reativa do circuito



3 - Dado o circuito, calcular:

a) I_R, I_L, I_C e I_T
b) ângulo de defasagem
c) potência real, aparente
d) impedância
e) recalcule os ítens b, c e d se retirarmos C.

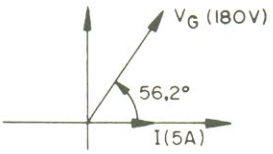


Solução dos Exercícios Propostos

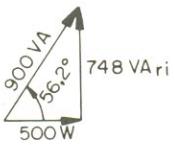
Item 3.4

1) a) $Z = 36\Omega$
   b) $V_G = 180V$
   c) $\phi = 56,2°$
   e) $P = 500W$
      $PAp = 900VA$

d)



f)



2) a) $PAp = 2,2$ KVA
   b) $P = 1980W$
   c) $Pr = 959$ VAri

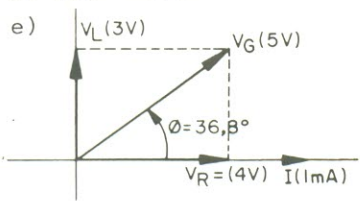
3) a) $Z = 166,7\Omega$ $I = 60mA$
   b) $f = 212$ Hz
   c) $\cos \phi = 0,6$

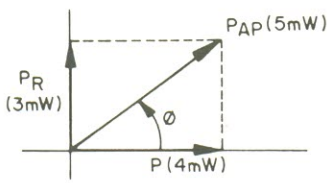
4) a) $Z = 25\Omega$
   b) $R = 20\Omega$, $X_L = 15\Omega$
   c) F.P = 0,8

5) a) $PAp = 2,2$ KVA
   b) $P = 1760W$
   c) $Pr = 1,32$ KVA
   d) $R = 17,6\Omega$ $X_L = 13,2\Omega$

6) $I = 22,7A$

7) a) $L = 477$ mH
   b) $V_R = 4V$
   c) $Z = 5K\Omega$
   d) F.P = 0,8
   e)





Item 3.5

1) a) $Z = 240\Omega$
   b) $I_L = 12,5mA$ $I_R = 16,66mA$
   c) $L = 1,06H$
   d) $F.P = 0,8$
   e) $i(t) = 29,36 \cdot \text{sen}(\omega t + 53,13°)$ (mA)
      $i_L(t) = 17,62\ \text{sen}\omega t$ (mA)
      $i_R(t) = 23,5 \cdot \text{sen}(\omega t + 90°)$ (mA)

2) a) $V_G = 3,14V$
   b) $I_R = 300mA$ $R = 10,46\Omega$
   c) $P_{Ap} = 1,13VA$ $P = 0,942W$
   d) $F.P = 0,83$

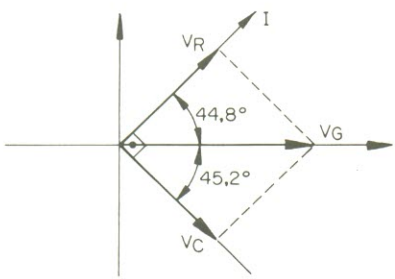
3) $R = 200\Omega$ $L = 18,4mH$

Item 3.8

1) a) $I = 26,6mA$
   b) $V_R = 2,66V$ $V_C = 4,23V$
   c) $\Psi = 57,8°$

2) $R = 100\Omega$ $C = 15,3\mu F$

3) a) $V_G = 112,8V$
   b) $v_G = 159 \cdot \text{sen}\ \omega t$ $v_C = 112,8 \cdot \text{sen}(\omega t - 45,2°)$
      $i = 282 \cdot \text{sen}(\omega t + 44,8°)$
   c)



   d) $\phi = 44,8°$

4) $C = 23,57\mu F$

5) a) $V_R = 98,38V$ $V_C = 49,19V$
   b) $C = 265\mu F$
   c) $\phi = 26,5°$

6) a) P_{Ap} = 880VA
   b) P = 748W
   c) P_r = 463 VA_{rc}

Item 3.9

1) a) Z = 980 Ω
   b) ϕ = 11,3°
   c) I = 10,2mA I_R = 10mA I_C = 2mA

2) a) R = 282,8 Ω
   b) c = 9,38 μF

3) a) I_R = 2,64mA
   b) VG = 26,4V
   c) ϕ = 48,7°
   d) c = 0,3 μF

Item 3.10

1) Cmin = 75pF Cmáx = 434pF

2) a) f_o = 3,18 MHz
   b) I = 6,6mA

3) a) R = 100 Ω
   b) X_C = 346 Ω
   c) X_L = 173 Ω

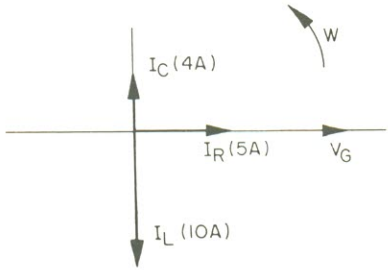
Item 3.11

1) a) I_R = 4A I_L = 5A I_C = 25A
   b) I_T = 3,12A
   c) Z = 6,4 Ω
   d) $\phi \cong$ 38°

2) a) L = 2,5mH
   b) Z = 1020 Ω

3) a) Z = 28,2 Ω R = 44 Ω X_L = 22 Ω X_C = 55Ω

b)



c) · = 50,2°

Item 3.12

1) a) I = 45,45A
   b) P = 5000W
   c) P_r = 8.666 VAri
   d) C = 305μF
   e) I = 26,77A
   f) PAp = 5.889VA P_r = 3.101 VAri

2) a) I = 11,22A
   b) Z = 19,6A
   c) ϕ = 11,3°

3) a) R_V = 26,72Ω, I_R = 4,71A , I_L = 2,92A, I_T = 5,54A
   b) cosϕ = 0,966 não há necessidade de correção
   c) cosϕ = 0,532 há necessidade de correção com C = 21,5μF

4) cosϕ = 1 → P = 20KW
   cosϕ = 0,8 → P = 16KW
   cosϕ = 0,6 → P = 12KW
   cosϕ = 0,4 → P = 8KW
   cosϕ = 0,2 → P = 4KW

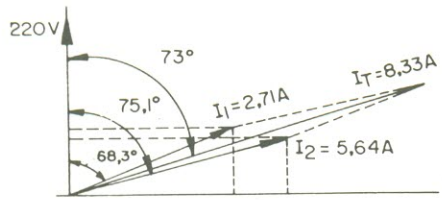
5) a) R = 9,6Ω
   b) X_L = 7,2Ω
   c) Z = 12Ω

6) a) P = 1KW
   b) PAp = 2,2KVA
   c) Pri = 1,96KVA
   d) Z = 22Ω
   e) F.P = 0,45
   f) C = 74,5μF

Item 3.13

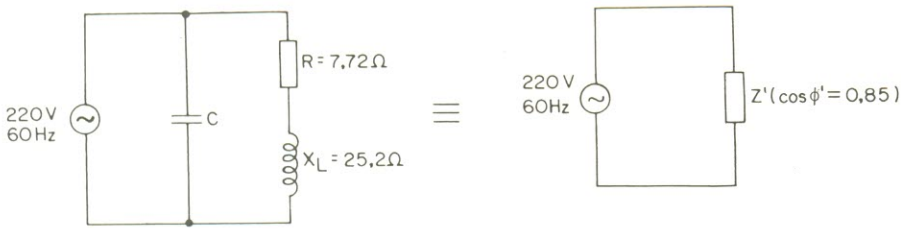
1) a) $I_1 = 2,71A$ $I_2 = 5,64A$ $I_T = 8,33A$

b)



c) $Z_T = 26,4\Omega$ F.P = $\cos\phi = 0,292$

d)



C = 78,5 μF

2) a) $I_1 = 3,48A$ $I_2 = 5,33A$ $I_T = 6,14A$

b) $V_L = 69,6V$ $V_{R_1} = 208,8V$

$V_C = 213,2V$ $V_{R_2} = 53,3V$

c) $Z = 35,8\Omega$ $\phi = 41,6°$ (capacitivo)

d) P = 1010W $P_{Ap} = 1350VA$ $P_r = 897VA_{rc}$

3) a) $I_R = 0,55A$ $I_L = 0,58A$ $I_C = 0,414A$

$I_T = 0,57A$

b) $\phi = 15,2°$

c) P = 60,5W $P_{Ap} = 62,7VA$

d) $Z = 193\Omega$

e) $\phi = 46,7°$, P = 60,3W , $P_{Ap} = 88VA$ $Z = 137,5\Omega$

CAP. 4

CIRCUITOS EM C.A. - ANÁLISE COM NÚMEROS COMPLEXOS

A análise de circuitos feita nos capítulos anteriores, considerando tensão, corrente e impedância como um fasor, permite uma solução gráfica. Através dos números complexos e suas propriedades é possível fazer a mesma análise.

4.1 Números Complexos

Chamamos de número imaginário puro a todo número do tipo $\sqrt{-1}$, $\sqrt{-4}$, $\sqrt{-25}$, $\sqrt{-10}$. Seja $j = \sqrt{-1}$, os números anteriores podem ser reescritos: $\sqrt{-4} = j2$, $\sqrt{-25} = j5$, $\sqrt{-10} = j\sqrt{10}$.

Da definição de j segue que: $j^2 = -1$, $j^3 = j^2.j = (-1)j$, $j^4 = j^2.j^2 = 1$, etc.

Um número complexo genérico é um número do tipo: $Z = x+jy$ onde x e y são reais.

Exemplos: $Z_1 = 4 + j5$, $Z_2 = -2+j3$, $Z_3 = -4-j3$, $Z_4 = 4-j3$, $Z_5 = j4$, $Z_6 = 4$.

Um números complexo pode ser representado através de eixos coordenados.

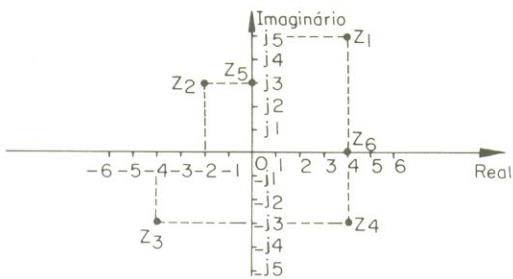
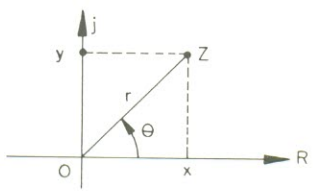


Figura 4.1

A forma de representar um número complexo vista anteriormente ($Z = x + jy$), é chamada forma cartesiana ou retangular.

Seja um número complexo $Z = x + jy$, representado no plano cartesiano.

O segmento $\overline{OZ} = r$ é o **módulo** do número complexo e **θ** é o **argumento** de Z.



$$r = \sqrt{x^2 + y^2}$$

$$\theta = \text{arc tg } \frac{y}{x}$$

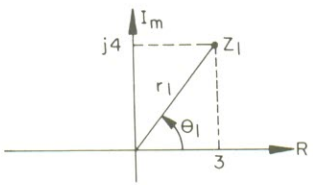
Figura 4.2

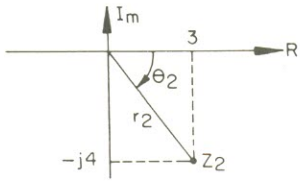
Na figura 4.2, podemos escrever: $Z = r(\cos\theta + j\,\text{sen}\theta)$ que é a forma trigonométrica. Uma maneira de representar um número complexo, muito usado na solução de circuitos, é a forma polar:

$$Z = r \angle \theta$$

Exemplo 1:

Representar os números $Z_1 = 3 + j4$, $Z_2 = 3 - j4$, $Z_3 = j5$ $Z_4 = 10$, $Z_5 = -10$, $Z_6 = -j5$ na forma polar.





$r_1 = \sqrt{4^2 + 3^2} = 5$

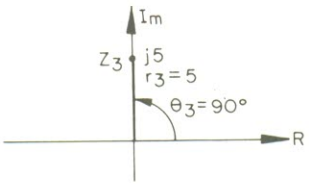
$\theta_1 = \text{arc tg}\,\frac{4}{3} \cong 53°$

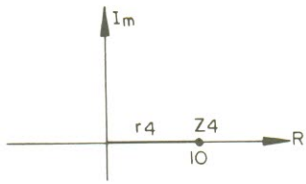
$Z_1 = 5 \angle 53°$

$r_2 = \sqrt{(4)^2 + 3^2} = 5$

$\theta_2 \cong -53°$

$Z_2 = 5 \angle -53°$

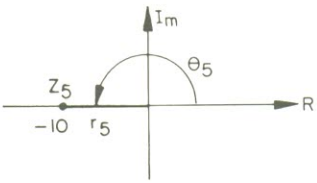


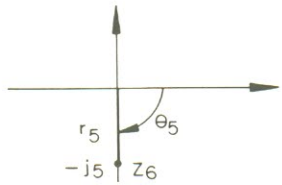


$Z_3 = 5 \angle 90°$

$\theta_4 = 0°$ $\quad r_4 = 10$

$Z_4 = 10 \angle 0°$





$r_5 = 10$ $\quad \theta_5 = 180°$

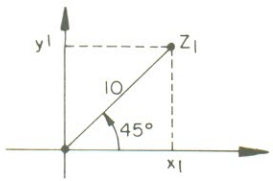
$Z_5 = 10 \angle 180°$

$r_5 = 5$ $\quad \theta_5 = -90°$

$Z_6 = 5 \angle -90°$

Exemplo 2:

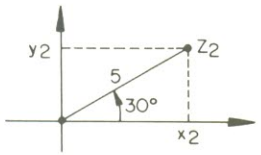
Transformar os números $Z_1 = 10 \angle 45°$, $Z_2 = 5 \angle 30°$ e $Z_3 = 4 \angle -20°$ para a forma retangular.



$y_1 = 10 \cdot \text{sen}45° = 7,07$

$x_1 = 10 \cdot \cos 45° = 7,07$

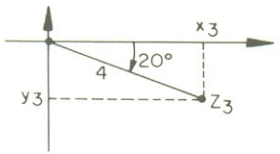
$Z_1 = 7,07 + j7,07$



$y_2 = 5 \cdot \text{sen}30° = 2,5$

$x_2 = 5 \cdot \cos 30° = 4,33$

$Z_2 = 4,33 + j2,5$



$y_3 = 4 \cdot \text{sen}(-20°) = -1,37$

$x_3 = 4 \cdot \cos(-20°) = 3,76$

$Z_3 = 3,76 - j1,37$

4.2 Operações com Números Complexos

4.2.1 Soma e Subtração

Para somar ou subtrair dois números complexos, somam-se ou subtrai-se em separado, as partes real e imaginária.

Exemplo 3:

Sejam $Z_1 = 4 + j3$ e $Z_2 = 5 + j4$

$Z_3 = Z_1 + Z_2 = (4+5) + j(3+4) = 9 + j7$

$Z_4 = Z_1 - Z_2 = (4-5) + j(3-4) = -1 - j1$

$Z_5 = Z_2 - Z_1 = (5-4) + J(4-3) = 1 + j1$

4.2.2 Multiplicação e Divisão

Para multiplicar ou dividir dois números a maneira mais simples é usando a forma polar.

Exemplo 4:

Sejam $Z_1 = 3 + j4 = 5 \lfloor 53°$ e $Z_2 = 3 + j3 = 3\sqrt{2} \lfloor 45°$

$Z_3 = j5 = 5 \lfloor 90°$

$Z_4 = Z_1 \cdot Z_2 = 5 \lfloor 53° \cdot 3\sqrt{2} \lfloor 45° = 15\sqrt{2} \lfloor 98°$

isto é, multiplicam-se os módulos e somam-se os argumentos.

$Z_5 = Z_1 \cdot Z_3 = 5 \lfloor 53° \cdot 5 \lfloor 90° = 25 \lfloor 143°$

$$Z_6 = \frac{Z_4}{Z_2} = \frac{15\sqrt{2} \lfloor 98°}{3\sqrt{2} \lfloor 45°} = 5 \lfloor 53°$$

na divisão, dividem-se os módulos e subtraem-se os argumentos.

$$Z_7 = \frac{Z_1}{Z_3} = \frac{5 \angle 53°}{5 \angle 90°} = 1 \angle -37°$$

Exercícios Propostos

1 - Converter para a forma polar:

a) Z = -20 + j10
b) Z = 100 + j150
c) Z = 500 - j300

2 - Converter para a forma cartesiana:

a) Z = 5000$\angle$75°
b) Z = 250 $\angle$-60°

3 - Dados os números complexos: $Z_1 = 4 - j10$, $Z_2 = 15 \angle 30°$, $Z_3 = 3 + j5$, efetuar:

a) $Z_1 + Z_2$
b) $Z_3 - Z_2$
c) $Z_1 \cdot Z_3$
d) $\frac{Z_3}{Z_1}$
e) $\frac{Z_1 + Z_2}{Z_3}$

4.3 Impedância Complexa

4.3.1 Circuitos RL

Consideremos o circuito RL série do capítulo 3.3 e o seu diagrama fasorial.

(a) (b)

Figura 4.3

Como vimos, um número complexo tem um módulo e um argumento (ângulo), um fasor também tem um módulo e uma fase (ângulo). Isso sugere que elementos de circuito, tensões e correntes possam ser representados na forma de números complexos. Por exemplo, a tensão no indutor $\dot{V}_L = |V_L| \angle 90°$, a tensão no resistor $\dot{V}_R = |V_R| \angle 0°$ e a corrente $\dot{I} = |I| \angle 0°$. (o ponto em cima significa uma grandeza com módulo e fase).

Como é válida a 1ª Lei de OHM em C.A, para o indutor teremos:

$$\dot{X}_L = \frac{\dot{V}_L}{\dot{I}} = \frac{|V_L| \angle 90°}{|I| \angle 0°} = |X_L| \angle 90°$$

como $|X_L| = \omega L$ a reatância indutiva é representada como um número complexo puro.

$$\dot{X}_L = j\omega L$$

De maneira análoga para o resistor

$$R = \frac{\dot{V}_R}{\dot{I}} = \frac{|V_R| \angle 0°}{|I| \angle 0°} = \frac{|V_R|}{|I|} \angle 0°$$

$$\frac{|V_R|}{|I|} = R$$

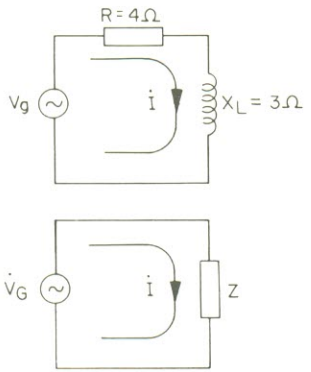
isto é, um resistor é uma impedância com parte imaginária nula.

A impedância do circuito RL série na sua representação complexa é:

$$\dot{Z} = R + j\omega L = |\dot{Z}| \angle \text{arc tg } \frac{\omega L}{R}$$

Exemplo 5:

Dar as expressões da corrente e calcular o ângulo de defasagem:



Dados: $v_g = 20\sqrt{2}\ .\ \text{sen}\,\omega t$ (V)

$$\dot{V}_G = 20 \angle 0°$$

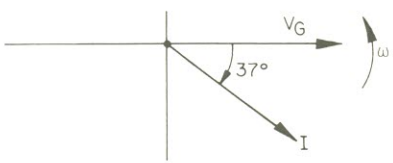
nos cálculos usamos o valor eficaz (V_G)

$$\dot{Z} = 4 + j3 = 5 \angle 37°$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}_G}{\dot{Z}} = \frac{20 \angle 0°}{5 \angle 37°} = 4 \angle -37°$$

$$i = 4\sqrt{2}\ .\ \text{sen}(\omega t - 37°)\ (A)$$

O diagrama fasorial correspondente é:

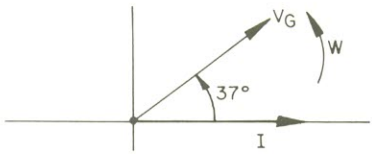


Observe que as expressões da tensão do gerador e da corrente poderiam ser:

$$v_g = 20 \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}(\omega t + 37°) \text{ (V)}$$

$$i = 4 \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}\omega t \text{ (A)}$$

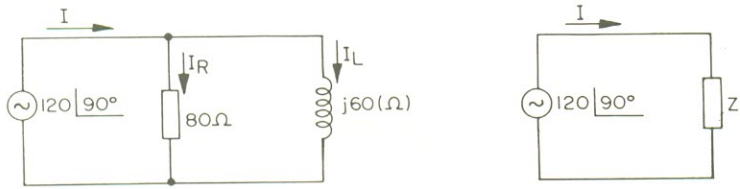
O diagrama fasorial é:



O que importa é que num caso ou no outro, a corrente está 37° atrasada com relação à tensão.

Exemplo 6:

Determinar a impedância e a corrente do circuito:



Solução:

$$\dot{Z} = \dot{R} \;//\; \dot{X}_L \quad \text{onde} \quad R = 80 \lfloor 0° \quad \dot{X}_L = 60 \lfloor 90°$$

$$\dot{Z} = \frac{\dot{R} \cdot \dot{X}_L}{\dot{R} + \dot{X}_L} = \frac{80 \lfloor 0° \cdot 60 \lfloor 90°}{80 + j60} = \frac{4800 \lfloor 90°}{100 \lfloor 37°}$$

$$\dot{Z} = 48 \lfloor 53°$$

$$\dot{I} = \frac{\dot{V}_G}{\dot{Z}} = \frac{120 \lfloor 90°}{48 \lfloor 53°} = 2{,}5 \lfloor 37°$$

compare esses resultados com os do primeiro exercício resolvido do capítulo 3.5.

4.3.2 Circuitos RC

Da mesma forma que fizemos com os circuitos RL, os circuitos RC também podem ser representados na forma complexa. Consideremos um circuito RC série e seu diagrama fasorial, figura 4.4.

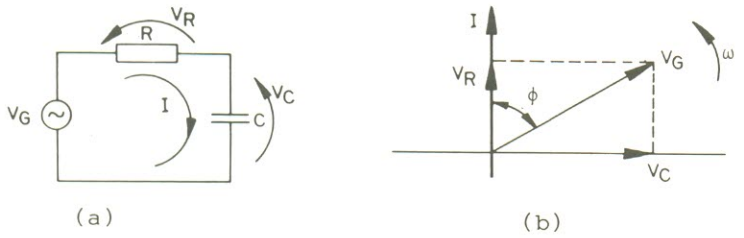


Figura 4.4

Na figura 4.4b, temos que:

$$\dot{I} = |I| \angle 90° \qquad \dot{V}_C = |V_C| \angle 0°$$

$$\text{Como } \dot{X}_C = \frac{\dot{V}_C}{\dot{I}} = \frac{|V_C| \angle 0°}{|I| \angle 90°} = \frac{|V_C|}{|I|} \angle -90° = |X_C| \angle -90°$$

onde $|X_C| = \frac{1}{\omega . C}$

logo, a reatância de um capacitor representada na forma complexa é:

$$\dot{X}_C = -j \frac{1}{\omega . C}$$

se multiplicarmos o numerador e o denominador, da última expressão, por j e lembrando que $j^2 = -1$, teremos a outra forma complexa da reatância capacitiva.

$$\dot{X}_C = \frac{1}{j\omega C}$$

O resistor como já foi visto, na forma complexa não tem parte imaginária.

Lembre-se que o diagrama fasorial da figura 4.4b gira com velocidade angular ω e que a posição em que foram colocados os fasores é pura conveniência, eles poderiam ser representados como na figura 4.5.

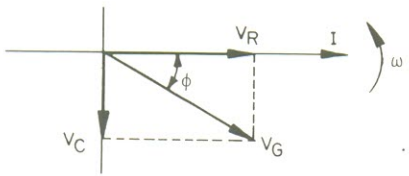


Figura 4.5

O que importa é que, num caso ou no outro, a corrente no circuito está adiantada em relação à tensão (V_G).

A tensão V_G, que também pode ser representada na forma complexa, é obtida somando-se V_R com V_C, isto é:

$$\dot{V}_G = \dot{V}_R + \dot{V}_C$$

se dividirmos esta expressão por $\dot{I}$, resulta:

$$\frac{\dot{V}_G}{\dot{I}} = \frac{\dot{V}_R}{\dot{I}} + \frac{\dot{V}_C}{\dot{I}}$$

onde $\frac{\dot{V}_G}{\dot{I}} = \dot{Z}$ = impedância complexa do circuito

$\frac{\dot{V}_R}{\dot{I}} = R$ = resistência do circuito

$\frac{\dot{V}_C}{\dot{I}} = -j\frac{1}{\omega C} = \frac{1}{j\omega C}$ = reatância do capacitor

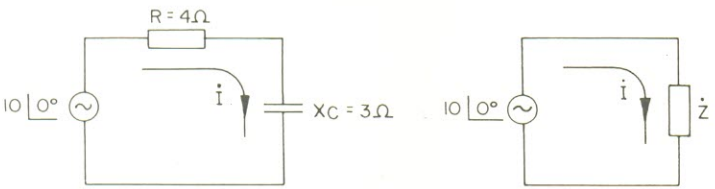
desta forma, a impedância do circuito valerá:

$$\dot{Z} = R - j\frac{1}{\omega C} = R + \frac{1}{j\omega C}$$

Exemplo 7:

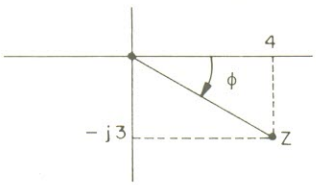
Com relação ao circuito, pede-se:

a) impedância complexa
b) expressão matemática da corrente
c) desenhe o diagrama fasorial



Solução:

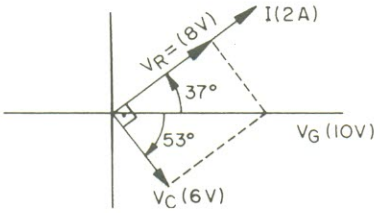
a) $\dot{Z} = 4 - j3 = 5 \lfloor -37°$



b) $\dot{I} = \frac{\dot{V}_G}{\dot{Z}} = \frac{10 \lfloor 0°}{5 \lfloor -37°} = 2 \lfloor 37°$

$i = 2 . \sqrt{2} . \text{ sen } (\omega t + 37°)$

c)

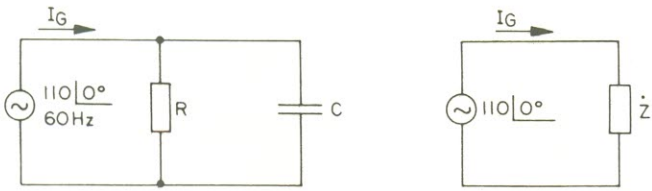


$$\dot{V}_C = \dot{X}_C \cdot \dot{I} = 3 \angle -90° \cdot 2 \angle 37° = 6 \angle -53°$$

Exemplo 8:

No circuito, determinar:

a) impedância complexa
b) expressão matemática da corrente do gerador
c) desenhar o diagrama fasorial



Solução:

a) $|\dot{X}_C| = \frac{1}{\omega C} = \frac{1}{377 \cdot 10^{-5}} \cong 265\,\Omega$

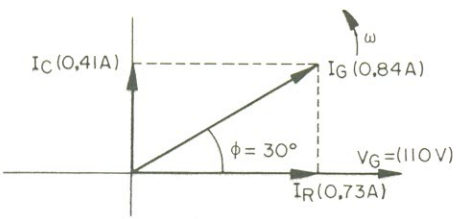
$$\dot{Z} = \dot{R} \,//\, \dot{X}_C = \frac{150 \angle 0° \cdot 265 \angle -90°}{j150 - j265} = \frac{39750 \angle -90°}{304,5 \angle -60°}$$

$$\dot{Z} = 130,5 \angle -30°$$

b) $\dot{I}_G = \frac{\dot{V}_G}{\dot{Z}} = \frac{110 \angle 0°}{130,5 \angle -30°} = 0,84 \angle 30°$

$$ig = 0,84 \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}\,(\omega t + 30°)\ (A)$$

c)



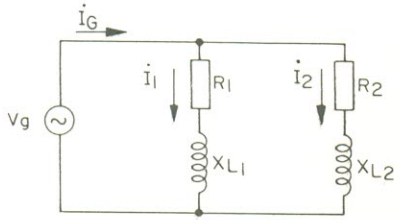
4.3.3 Circuitos Mistos

Na resolução de um circuito com mais de uma malha, é que aparece a vantagem da resolução, usando números complexos.

Exemplo 9:

Para o circuito determinar:

a) impedância complexa
b) corrente do gerador e em cada ramo
c) diagrama fasorial



$R_1 = 50\Omega \qquad X_{L1} = 20\Omega$

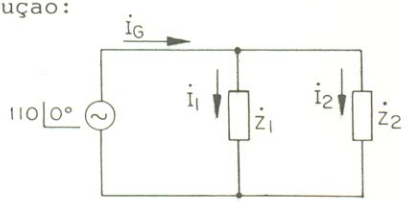
$R_2 = 50\Omega \qquad X_{L2} = 80\Omega$

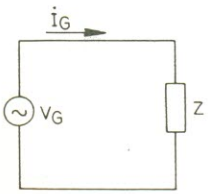
$vg = 110 \cdot \sqrt{2} \cdot \operatorname{sen}\omega t \quad (v)$

$\dot{V}_G = 110 \angle 0°$

Solução:

a)





$$\dot{Z} = \frac{\dot{Z}_1 \cdot \dot{Z}_2}{\dot{Z}_1 + \dot{Z}_2} \qquad \dot{Z}_1 = 50 + j20 = 53{,}3 \angle 21{,}8°$$

$$\dot{Z}_2 = 50 + j80 = 94{,}3 \angle 58°$$

$$\dot{Z} = \frac{53{,}3 \angle 21{,}8° \cdot 94{,}3 \angle 58°}{(50+j20) + (50+j80)} = \frac{5026 \angle 79{,}8°}{100 + j100} = \frac{5026 \angle 79{,}8°}{141 \angle 45°}$$

$$\dot{Z} = 35{,}6 \angle 34{,}8°$$

b) $$\dot{I}_G = \frac{\dot{V}_G}{\dot{Z}} = \frac{110 \angle 0°}{35{,}6 \angle 34{,}8°} = 3{,}09 \angle -34{,}8°$$

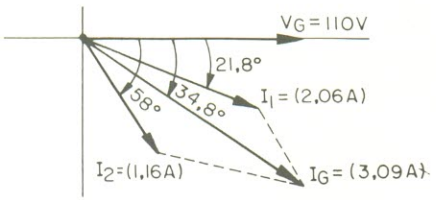
$$i_g = 3{,}09 \cdot \sqrt{2} \cdot \operatorname{sen}(\omega t - 34{,}8) \ (A)$$

$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_G}{\dot{Z}_1} = \frac{110 \angle 0°}{53{,}3 \angle 21{,}8°} = 2{,}06 \angle -21{,}8°$$

$$i_1 = 2{,}06 \cdot \sqrt{2} \cdot \operatorname{sen}(\omega t - 21{,}8°) \ (A)$$

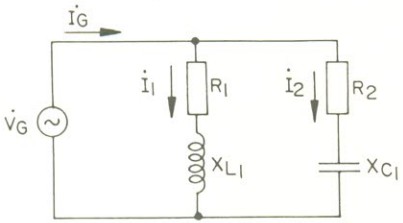
$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{V}_G}{\dot{Z}_2} = \frac{110 \angle 0°}{94{,}3 \angle 58°} = 1{,}16 \angle -58°$$

c)



Exemplo 10:

No circuito, determinar:
a) impedância do circuito
b) $\dot{I}_G$, $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$
c) diagrama fasorial



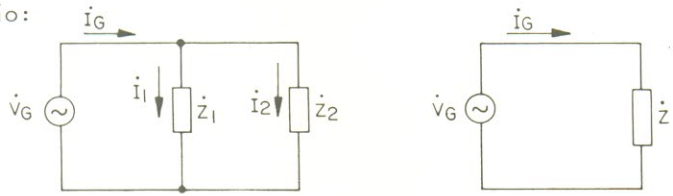
$\dot{V}_G = 110 \angle 90°$

$R_1 = 4\,\Omega$ $\quad X_{L_1} = 3\,\Omega$

$R_2 = 3\,\Omega$ $\quad X_{C_2} = 4\,\Omega$

Solução:

a)



$\dot{Z}_1 = 4 + j3 = 5 \angle 36,8°$

$\dot{Z}_2 = 3 - j4 = 5 \angle -53,1°$

$$\dot{Z} = \dot{Z}_1 \,//\, \dot{Z}_2 = \frac{Z_1 \cdot Z_2}{Z_1 + Z_2} = \frac{5 \angle 36,8° \cdot 5 \angle -53,1°}{(4+j3) + (3-j4)} = \frac{25 \angle -16,3°}{7 - j.1} =$$

$$\dot{Z} = \frac{25 \angle -16,3°}{7,07 \angle -8,1°} = 3,53 \angle -8,2° = 3,49 - j0,5\ (\Omega)$$

b) $$\dot{I}_G = \frac{\dot{V}_G}{\dot{Z}} = \frac{110 \angle 90°}{3,53 \angle -8,2°} = 31,11 \angle 98,2°\ (A)$$

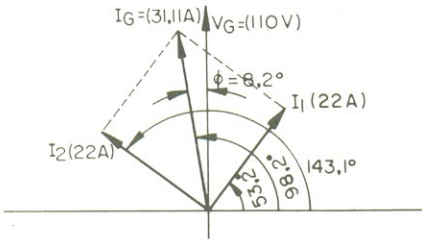
$$\dot{I}_1 = \frac{\dot{V}_G}{\dot{Z}_1} = \frac{110 \angle 90°}{5 \angle 36,8°} = 22 \angle 53,2°\ (A)$$

$$i_1 = 22 \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}\ (\omega t + 53,2)\ (A)$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{V}_G}{\dot{Z}_2} = \frac{110 \angle 90°}{5 \angle -53,1°} = 22 \angle 143,1°\ (A)$$

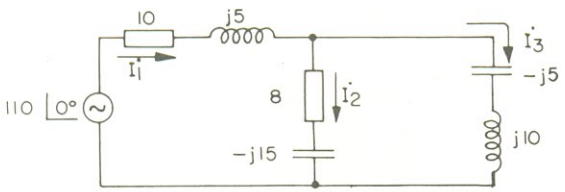
$$i = 22 \cdot \sqrt{2} \cdot \text{sen}\ (\omega t + 143,1°)\ (A)$$

c)



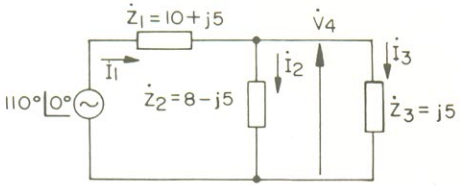
Exemplo 11:

Determinar no circuito, a impedância e todas as correntes.



Obs.: valores em ohms

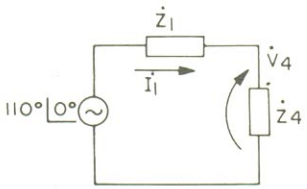
Solução:



$\dot{Z}_1 = 11,2 \angle 26,5°$

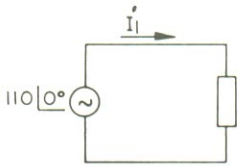
$\dot{Z}_2 = 9,4 \angle -32°$

$\dot{Z}_3 = 5 \angle 90°$



$$\dot{Z}_4 = \dot{Z}_2 \,//\, \dot{Z}_3 = \frac{9,4 \angle -32° \cdot 5 \angle 90°}{8 - j5 + j5} = \frac{47 \angle 58°}{8}$$

$$\dot{Z}_4 = 5,87 \angle 58° = 3,11 + j4,98$$



$$\dot{Z} = \dot{Z}_1 + \dot{Z}_4 = (10 + j5) + (3,11 + j4,98)$$

$$\dot{Z} = 13,11 + j9,98 = 16,47 \angle 37,2°$$

$$\dot{I}_1 = \frac{110 \angle 0°}{16,47 \angle 37,2°} = 6,68 \angle -37,2° \quad (A)$$

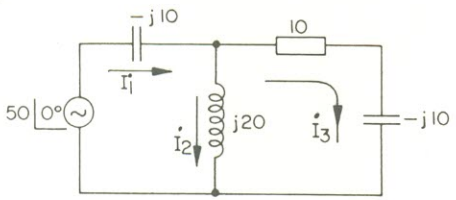
$$\dot{V}_4 = \dot{Z}_4 \cdot \dot{I}_1 = 5,87 \angle 58° \cdot 6,68 \angle -37,2° = 39,2 \angle 20,8°$$

$$\dot{I}_2 = \frac{\dot{V}_4}{\dot{Z}_2} = \frac{39,2 \angle 20,8°}{9,4 \angle -32°} = 4,17 \angle 52,8° \quad (A)$$

$$\dot{I}_3 = \frac{\dot{V}_4}{\dot{Z}_3} = \frac{39,2 \angle 20,8°}{5 \angle 90°} = 7,84 \angle -69,2° \quad (A)$$

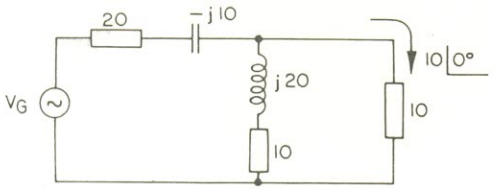
Exercícios Propostos

1 - No circuito, determinar $\dot{I}_1$, $\dot{I}_2$, $\dot{I}_3$ e a potência dissipada.



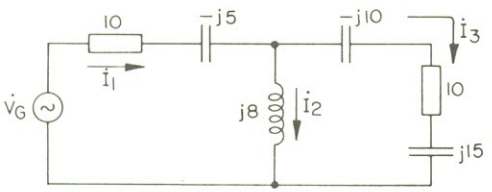
valores em ohms

2 - Determinar $\dot{V}_G$ no circuito.



valores em ohms

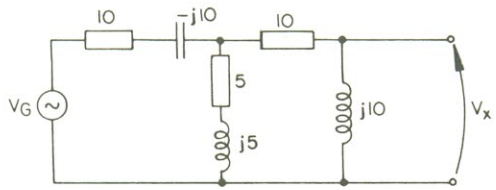
3 - No circuito, determinar $\dot{I}_1$ e $\dot{V}_G$



$\dot{I}_2 = 5 \angle -50°$ (A)

valores em ohms

4 - Dar a expressão de $v_x(t)$ no circuito.



$v_g = 141 \cdot \text{sen}\ (\omega t + 116,6°)$ (V)
valores em ohms

5 - Determinar a potência dissipada nas resistências do exercício 4.

Solução dos Exercícios Propostos

Item 4.2

1) a) $Z = 22,3 \angle -63,4°$
   b) $Z = 180,3 \angle 56,3°$
   c) $Z = 583,1 \angle -31°$

2) a) $Z = 1294 + j4829$
   b) $Z = 125 - j216$

3) a) $17 - j2,5$
   b) $-10 - j2,5$
   c) $62,8 \angle -9,2°$
   d) $0,54 \angle 127,2°$
   e) $2,95 \angle -50,6°$

Item 4.3.3

1) $\dot{I}_1 = 4,9 \angle 78,7°$ (A)

   $\dot{I}_2 = 0,49 \angle -11,3°$ (A)

   $\dot{I}_3 = 0,69 \angle 123,7°$

   $P = 48W$

2) $V_G = 300 - j197 = 358 \angle -33,3°$ (V)

3) $\dot{I}_1 = 7,29 \angle -24,3°$ (A), $\dot{V}_G = 90,36 \angle -24,5°$ (V)

4) $v_x = 31,44 \cdot \text{sen}\ (\omega t + 116,6°)$ (V)

5) $P = 600W$

CAP. 5
CIRCUITOS TRIFÁSICOS

5.1 Introdução

De uma forma genérica, em um sistema polifásico existem duas ou mais tensões de mesma frequência mas com fases diferentes. O sistema polifásico é **simétrico** se as tensões são iguais e defasadas entre si por um ângulo $2\pi/n$, onde n é o número de fases.

Se cada tensão ou fase atuar independentemente das outras, dizemos que o sistema é **não interligado.** A grande desvantagem do sistema é que usa um número muito grande de fios (2n), por exemplo no caso de um sistema trifásico seis fios deveriam ser usados. Num sistema polifásico **interligado**, as fases individuais são interligados eletricamente.

Em relação a um sistema monofásico, o sistema polifásico apresenta algumas vantagens:

a) A mesma potência elétrica pode ser transmitida, usando fios de bitola menor (mais finos). É claro que a vantagem só aparece quando a potência for alta, por isso mesmo em sistemas de pequena potência (residências por exemplo) a linha monofásica é preferida.

b) Com um sistema polifásico pode ser produzido um campo magnético girante, usado no acionamento de máquinas síncronas.

5.2 Sistema Trifásico

A figura 5.1 mostra o princípio de funcionamento de um gerador monofásico. A espira (enrolamento na prática) girando no campo magnético sob a ação de uma força externa (turbina, motor diesel, etc) faz aparecer uma tensão induzida nos terminais da espiras, a qual está ligada a anéis coletores. Através de escovas é feita a ligação entre o circuito externo e a espira.

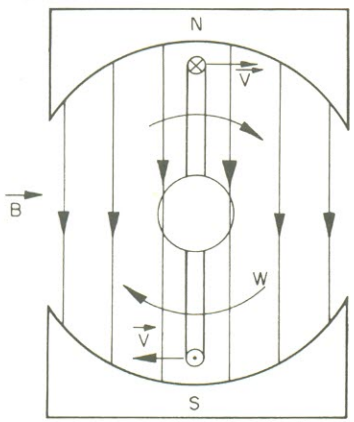


Figura 5.1a

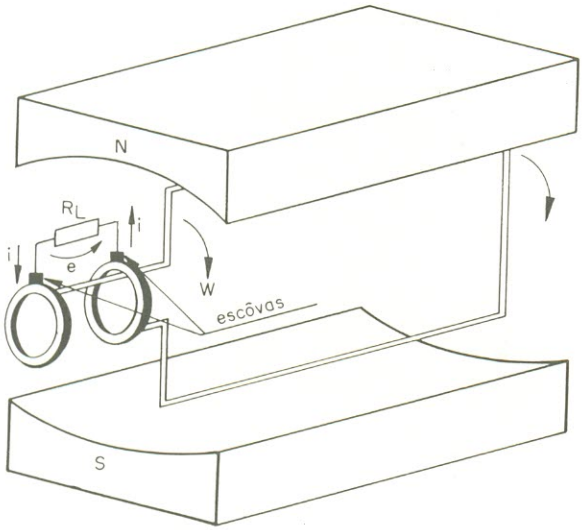


Figura 5.1b

A f.e.m obtida nos terminais da espira é dada por:

$e = V_M \cdot \text{sen}\omega.t$

onde V_M (tensão de pico) é proporcional a B (campo magnético), ℓ (comprimento do condutor) e v (velocidade tangencial do condutor), ω é a velocidade angular (rd/s) da espira.

Para gerar a mesma f.e.m, ao invés da espira girar num campo magnético estacionário, pode-se ter um campo girante e a espira fixa, figura 5.2, o efeito é o mesmo.

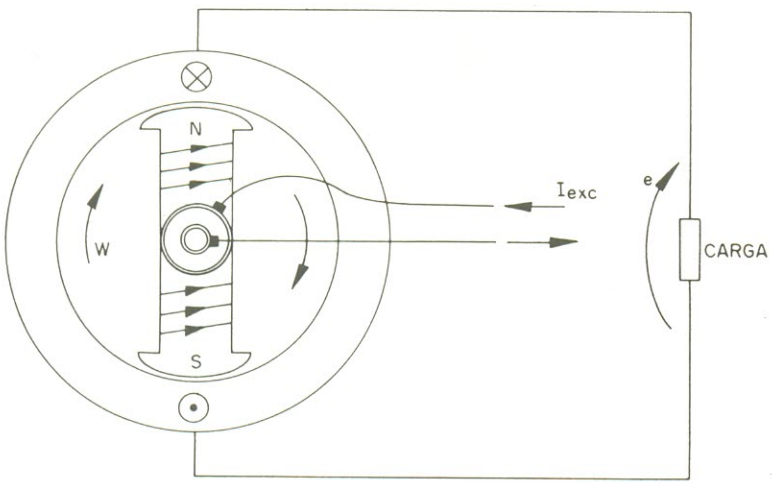


Figura 5.2

Num gerador trifásico, são três os enrolamentos com uma separação de 120° entre eles. As tensões induzidas serão também defasadas de 120°. A figura 5.3 mostra esquematicamente um gerador trifásico. No estator, estão os três enrolamentos com um mesmo número de espiras e separados fisicamente de 120°. Os pontos A, B e C representam uma das extremidades e os pontos X, Y e Z respectivamente a outra extremidade.

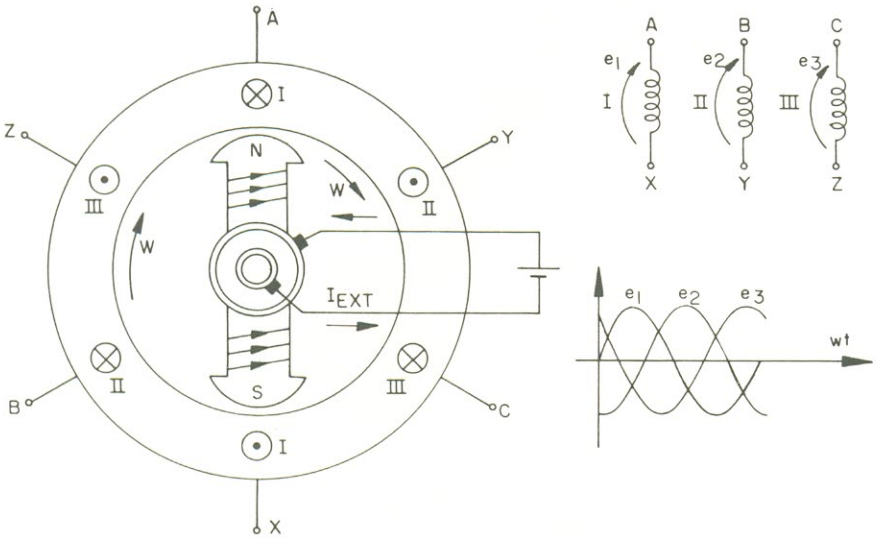


Figura 5.3

Podemos observar que, nesse caso o campo magnético é girante e os enrolamentos (I, II, III) onde são obtidas as tensões (e_1, e_2, e_3) são fixos.

O enrolamento que produz o campo magnético é energizado a partir de uma fonte c.c independente, ou a partir da retificação da própria tensão obtida do gerador (auto-excitação). A corrente vai para o enrolamento através de anéis coletores. Sejam e_1, e_2 e e_3 as tensões induzidas respectivamente nos enrolamentos I, II e III. As suas expressões matemáticas serão:

$$e_1 = V_M \cdot \text{sen}\omega t$$

$$e_2 = V_M \cdot \text{sen}\,(\omega t - 120°)$$

$$e_3 = V_M \cdot \text{sen}\,(\omega t - 240°)$$

O gráfico e a representação vetorial das três tensões são dadas na figura 5.4.

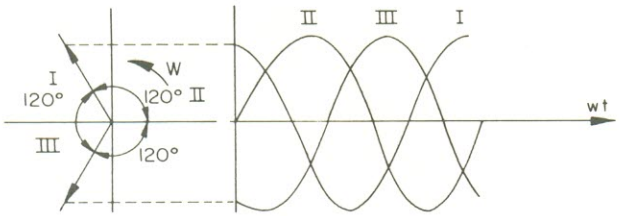


Figura 5.4

Se cada fase do gerador é conectada a circuitos separados, teremos um sistema trifásico não interligado, o qual necessita de seis fios para as ligações com a carga trifásica.

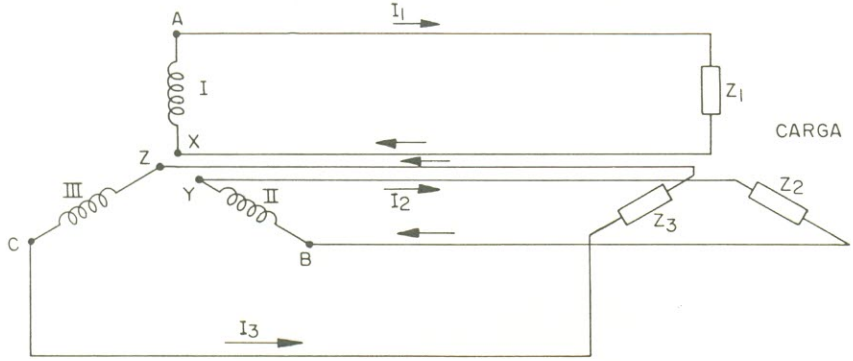


Figura 5.5

Está claro que tal sistema não é econômico, não sendo usado na prática. Os métodos de se interligar as fases em um sistema trifásico são dois: a ligação estrela (Y) e a ligação em triângulo (Δ).

5.2.1 Ligação Estrela

Nesta ligação, todos os finais dos enrolamentos são interligados, formando um ponto chamado de neutro (0) o qual é ligado ao neutro da carga. O sistema assim obtido tem quatro fios de ligação. Comparando com o circuito da figura 5.5, observamos que neste são necessários três fios para retorno, enquanto na ligação estrela um único fio é usado para retorno.

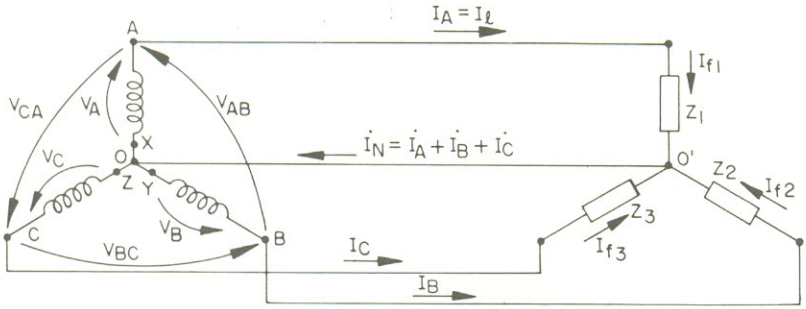


Figura 5.6

A corrente no fio neutro é igual à soma vetorial das três correntes de fase (I_A, I_B e I_C) isto é: $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$

O ponto em cima da letra indicadora da corrente significa que a grandeza em questão é vetorial (tem módulo e fase).

As tensões medidas entre os terminais do gerador (pontos A, B e C) e o neutro (0) são chamadas de **tensão de fase** (V_A, V_B ou V_C), genericamente V_f.

As tensões medidas entre os terminais são chamadas de **tensão de linha** (V_{AB}, V_{BC}, V_{CA}), genericamente V_ℓ. Na figura 5.6, as setas das tensões dão a orientação positiva (arbitrária) logo podemos escrever:

$$\dot{V}_{AB} = \dot{V}_A - \dot{V}_B \ , \quad \dot{V}_{BC} = \dot{V}_B - \dot{V}_C \ , \quad \dot{V}_{CA} = \dot{V}_C - \dot{V}_A$$

As três expressões acima significam que em cada instante a tensão de linha (V_{AB}, V_{BC}, V_{CA}) é igual à diferença entre os valores instantâneos das respectivas tensões de fase.

Colocando isso num diagrama vetorial:

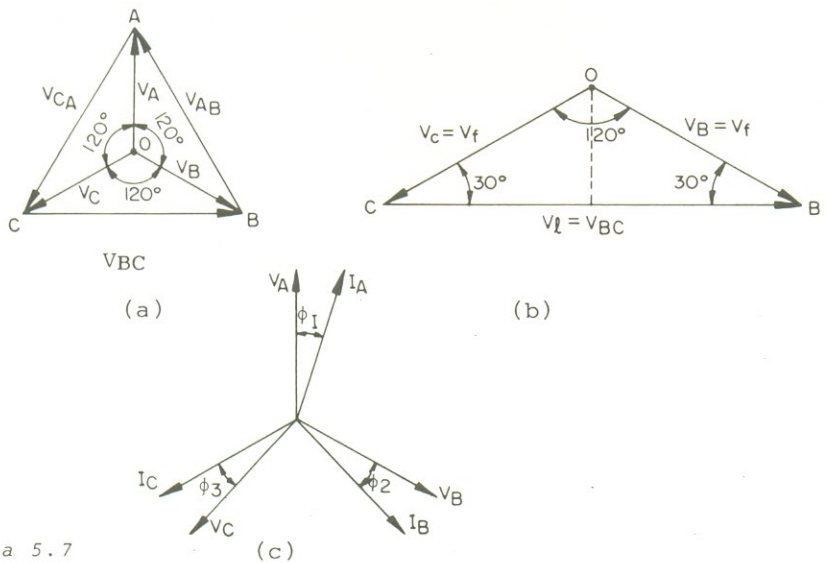


Figura 5.7

Com auxílio da figura 5.7b, podemos determinar a relação existente entre tensão de fase (V_f) e tensão de linha (V_ℓ). De acordo com a trigonometria, no triângulo COB temos:

$$\frac{V_\ell}{\text{sen}120°} = \frac{V_f}{\text{sen}30°} \qquad \text{ou} \qquad V_\ell = \frac{\text{sen } 120°}{\text{sen } 30°} \cdot V_f$$

$$\text{sen}120° = \frac{\sqrt{3}}{2}, \qquad \text{sen } 30° = \frac{1}{2}$$

resultando:

$$V_\ell = \sqrt{3} \cdot V_f \qquad (48)$$

na ligação estrela balanceada.

Na figura 5.7c, ϕ_1, ϕ_2 e ϕ_3 são respectivamente os ângulos de defasagem entre tensão e corrente nas fases 1, 2 e 3. No caso de carga balanceada $\phi_1 = \phi_2 = \phi_3 = \phi$.

Na figura 5.6, a corrente que percorre cada fase é chamada de **corrente de fase**, designaremos genericamente por I_f. À corrente, passando na linha que liga o gerador com a carga, chamaremos de **corrente de linha**, genericamente I_ℓ.

De acordo com a figura 5.6 em uma ligação em estrela $I_\ell = I_f$.

A carga será **balanceada** quando Z_1, Z_2 e Z_3 forem iguais em módulo e fase. Se por exemplo $Z_1 = R_1 = 50\Omega$, $Z_2 = \omega L_2 = 50\Omega$ e $Z_3 = 1/\omega C_3 = 50\Omega$ o módulo será igual mas as fases serão diferentes, a carga será desbalanceada.

Em um sistema balanceado, a corrente no fio neutro é nula, isto pode ser demonstrado lembrando que $\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C$ e que

$$I_A = I_B = I_C = \frac{V_f}{Z}$$

$$Z_1 = Z_2 = Z_3 = Z$$

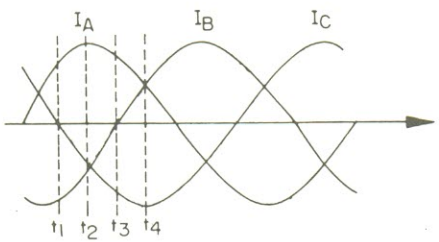


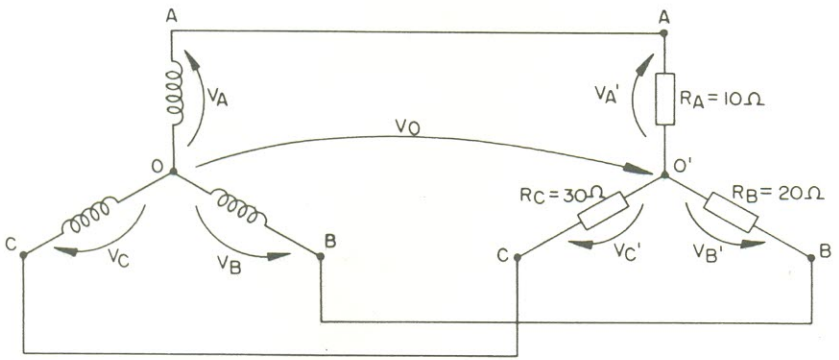
Figura 5.8

No instante t_1 $I_C = 0$. O valor de I_A é igual ao de I_B mas com fase oposta, desta forma um anula o outro. No instante t_3 temos situação análoga. No instante t_2 a fase A está no máximo valor positivo. No mesmo instante as correntes nas fases B e C são iguais e negativas e somadas resulta um valor igual a I_A. Novamente, a corrente total no neutro é zero. Se repetirmos o mesmo raciocínio para qualquer instante, obteremos o mesmo resultado. Concluímos que, se a carga for balanceada não haverá necessidade do fio neutro.

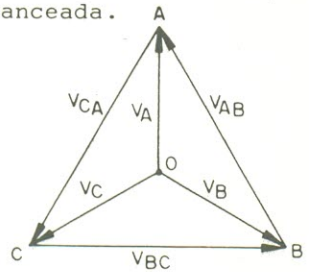
A importância do fio de retorno é melhor compreendida considerando os seguintes exemplos:

Exemplo 1:

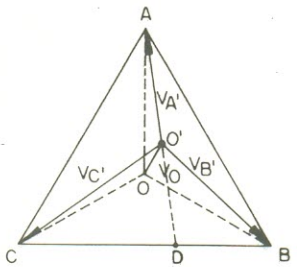
Seja uma carga trifásica em Y não balanceada com $R_A = 10\Omega$ $R_B = 20\Omega$ e $R_C = 30\Omega$ sem fio de retorno.



No caso de carga balanceada ($R_A = R_B = R_C$) $V_A' = V_A \rightarrow V_O = 0$ (não há necessidade do fio de retorno). No caso de carga desbalanceada $V_A' \neq V_A \rightarrow V_O \neq 0$ ($\dot{V}_A = \dot{V}_A' + \dot{V}_O$, $\dot{V}_B = \dot{V}_B' + \dot{V}_O$ e $\dot{V}_C = \dot{V}_C' + \dot{V}_O$). O diagrama vetorial a seguir representa uma carga desbalanceada.

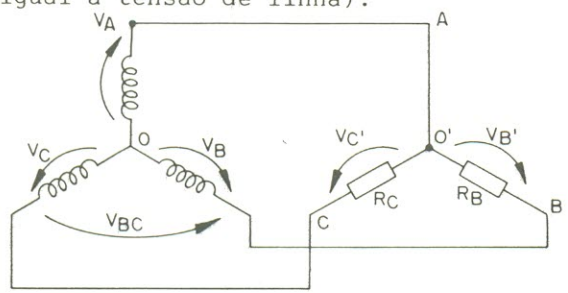


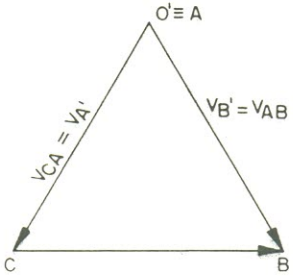
carga balanceada



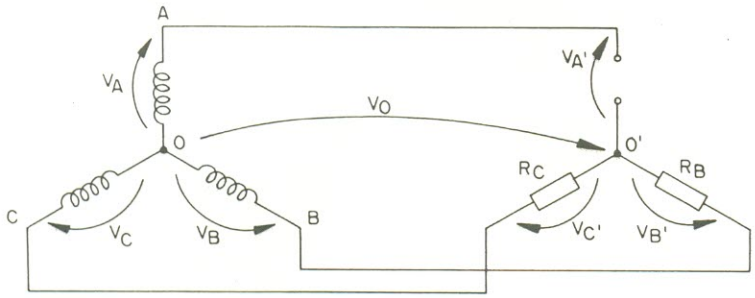
carga desbalanceada

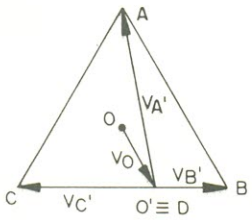
No caso de $R_A = 0$, o ponto neutro (O') coincidirá com o ponto A. A tensão nas outras duas fases crescerá $\sqrt{3}$ vezes (será igual à tensão de linha).





No caso de R_A igual a infinito (circuito aberto) as resistências R_B e R_C serão conectadas em série entre B e C, o ponto neutro (O') coincidirá com o ponto D.





Desta forma, se R_A variar de zero a infinito, o ponto neutro da carga (O') se deslocará de A até D.

Como as tensões V_A, V_B e V_C representam as tensões na carga, concluímos que elas serão diferentes num sistema não balanceado sem fio de retorno, sendo proporcional à resistência da respectiva fase.

O problema torna-se de particular importância em instalações industriais com um número muito grande de lâmpadas. Quanto maior o número de lâmpadas ligadas a uma determinada fase, menor a sua resistência equivalente, portanto menor a tensão da fase. As lâmpadas brilharão menos.

O problema pode ser solucionado colocando um fio neutro, garantindo que a tensão da fase será constante.

5.2.2 Ligação em Triângulo

A figura 5.9 mostra outra maneira se ligar o gerador trifásico com cada gerador independente do outro. Novamente, temos o problema do número excessivo de fios.

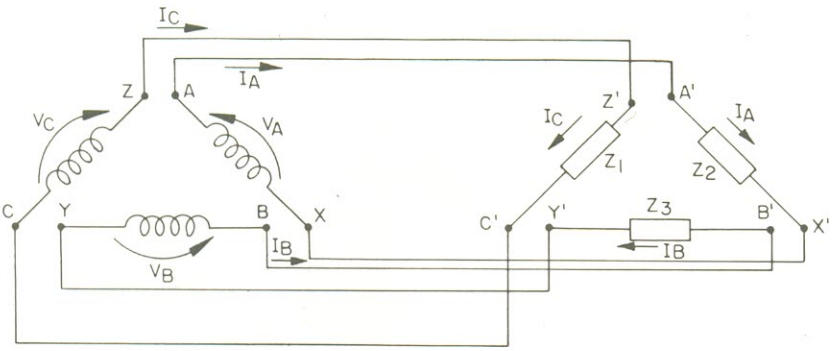


Figura 5.9

A figura 5.10 mostra um sistema trifásico ligado em triângulo ou delta. Do circuito tiramos as seguintes relações:

$V_\ell = V_f$

V_ℓ = tensão de linha

V_f = tensão de fase

$\dot{I}_A = \dot{I}_2 - \dot{I}_1$, $\dot{I}_B = \dot{I}_3 - \dot{I}_2$, $\dot{I}_C = \dot{I}_1 - \dot{I}_3$

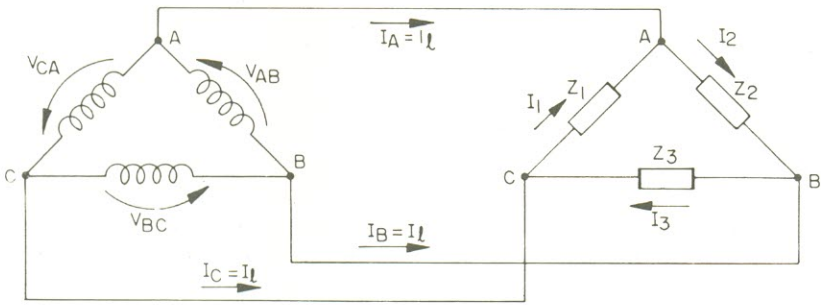


Figura 5.10

O diagrama vetorial das correntes e tensões está representado na figura 5.11.

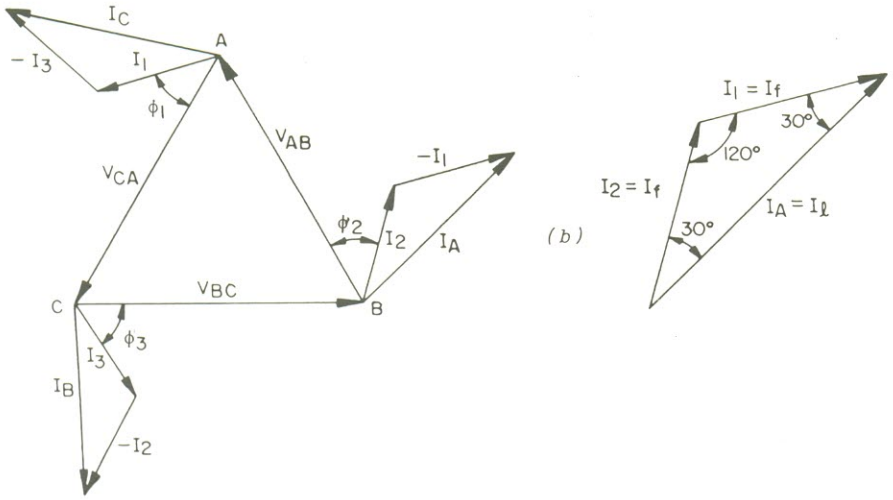


Figura 5.11

Na figura 5.11a, ϕ_1 , ϕ_2 e ϕ_3 são os ângulos de defasagem entre a tensão e a corrente em cada fase. No caso de carga balanceada

$$\phi_1 = \phi_2 = \phi = \phi, \qquad I_1 = I_2 = I_3 = I_f$$

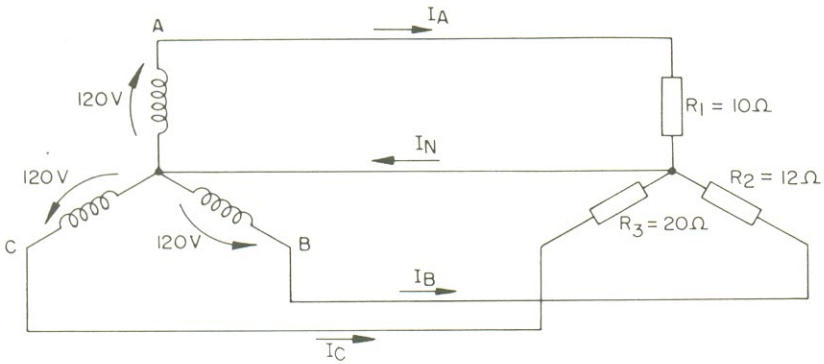
e $$I_A = I_B = I_C = I_\ell$$

A relação entre a corrente de fase (I_f) e a corrente de linha (I_ℓ) pode ser determinado no triângulo da figura 5.11b, de maneira análoga ao que foi feito com a tensão de linha e tensão de fase na ligação em estrela, resultando:

$$I_\ell = \sqrt{3} \cdot I_f \qquad (49)$$

Exercícios Resolvidos

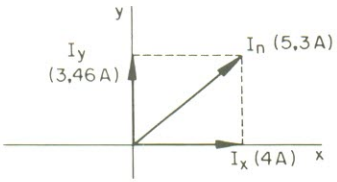
1 - Determinar a corrente no fio neutro no circuito.

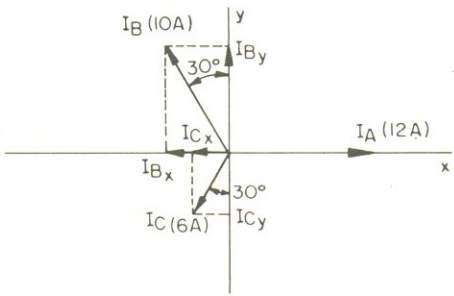


Solução:

Como as cargas são resistivas, as correntes de linha estarão defasadas de 120°, valendo:

$$I_A = \frac{120V}{10\Omega} = 12A, \quad I_B = \frac{120V}{12\Omega} = 10A, \quad I_C = \frac{120V}{20\Omega} = 6A$$





$I_{Bx} = 10 \cdot \cos 60° = 5A, \quad I_{By} = 10 \cdot \operatorname{sen} 60° = 8,66A$

$I_{Cx} = 6 \cdot \cos 60° = 3A, \quad I_{Cy} = 6 \cdot \operatorname{sen} 60° = 5,2A$

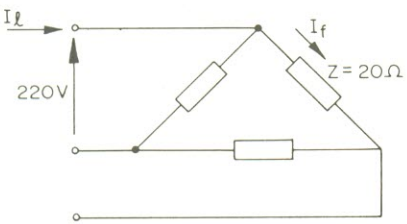
$I_{Ay} = 0, \quad I_{Ax} = I_A = 12A$

$I_x = 12 - (5 + 3) = 4A \quad I_y = 8,66 - 5,2 = 3,46A$

$\dot{I}_N = \dot{I}_A + \dot{I}_B + \dot{I}_C = \sqrt{(3,46)^2 + 4^2} = 5,3A$

2 - A tensão de linha aplicada a um motor cujos enrolamentos têm 20Ω de impedância é 220V. Calcule as correntes de linha e as correntes de fase se o motor é ligado em triângulo.

Solução:

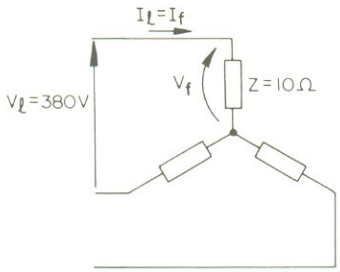


$$I_f = \frac{V_f}{Z} = \frac{220V}{20\Omega} = 11A$$

$V_f = V_\ell$

$I_\ell = \sqrt{3} \cdot I_f = \sqrt{3} \cdot 11 = 19A$

Observe que apesar do motor ser projetado para uma tensão de 220V quando ligado em triângulo, ele pode ser ligado a uma tensão de linha de 380V, se os seus enrolamentos forem ligados em estrela.

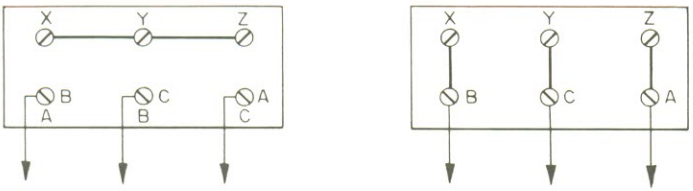


Como na ligação estrela

$$V_f = \frac{V_\ell}{\sqrt{3}} = \frac{380V}{\sqrt{3}} = 220V \qquad e \qquad I_f = 11A$$

os enrolamentos trabalharão nas mesmas condições quando ligados em triângulo.

Por tudo o que foi visto anteriormente, é que a maioria dos motores permitem o acesso aos seis terminais dos enrolamentos. Assim, se na placa do motor estiver escrito 220/380V, significa que os enrolamentos devem ser ligados em triângulo se a tensão de linha é 220V e ligados em estrela para 380V.



5.3 Potência em Sistemas Trifásicos

Como já foi visto no capítulo 3.4, a potência real (ativa) num circuito monofásico é dada por:

$$P = V_f \cdot I_f \cdot \cos\phi \quad (W)$$

onde V_f e I_f são respectivamente a tensão e a corrente de fase e ϕ o ângulo de fase entre eles.

No caso de um sistema trifásico balanceado, a potência de cada fase é a mesma, desta forma a potência total das três fases é:

$$P = 3.V_f \cdot I_f \cdot \cos\phi \quad (W) \qquad (50)$$

No caso de ligação estrela $I_f = I_\ell$ e $V_f = \frac{V_\ell}{\sqrt{3}}$ substituindo na expressão (50) resulta:

$$P = \sqrt{3} \cdot V_\ell \cdot I_\ell \cdot \cos\phi \quad (W) \qquad (51)$$

No caso de ligação triângulo $V_\ell = V_f$ e $I_f = \frac{I_\ell}{\sqrt{3}}$ substituindo na expressão (50) resulta:

$$P = \sqrt{3} \cdot V_\ell \cdot I_\ell \cdot \cos\phi \quad (W) \qquad (52)$$

A potência é a mesma nas duas ligações.
A potência aparente das três fases é:

$$P_{Ap} = 3 \cdot V_f \cdot I_f \quad (VA) \qquad (53)$$

ou em função da tensão e corrente de linha para ambas as ligações.

$$P_{Ap} = \sqrt{3} \cdot V_\ell \cdot I_\ell \quad (VA) \qquad (54)$$

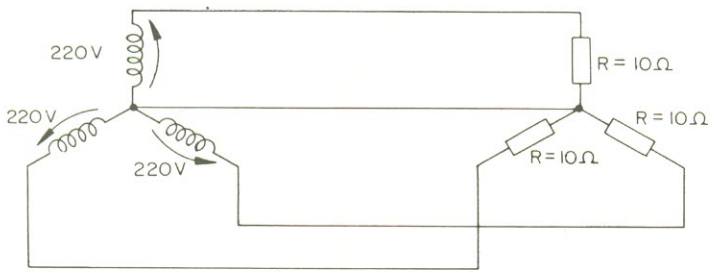
De maneira análoga, a potência reativa da carga trifásica é dada por:

$$P_r = \sqrt{3} \cdot V_\ell \cdot I_\ell \cdot \operatorname{sen}\phi \quad (V.A) \qquad (55)$$

para qualquer uma das ligações.

Exercícios Resolvidos

1 - Calcule a potência dissipada na carga trifásica.



Solução:

$$P = \sqrt{3} \cdot V_\ell \cdot I_\ell \cdot \cos\phi \quad \rightarrow \quad \cos\phi = 1$$

$$V_\ell = V_f \cdot \sqrt{3} = 220 \cdot \sqrt{3} = 381V$$

$$I_\ell = I_f = \frac{220V}{10\Omega} = 22A$$

$$P = \sqrt{3} \cdot 381 \cdot 22 = 14.520\ W$$

2 - Um motor trifásico tem uma potência de 5KW quando ligado a uma tensão de linha de 220V. Calcule a corrente de linha se o fator de potência é 0,85.

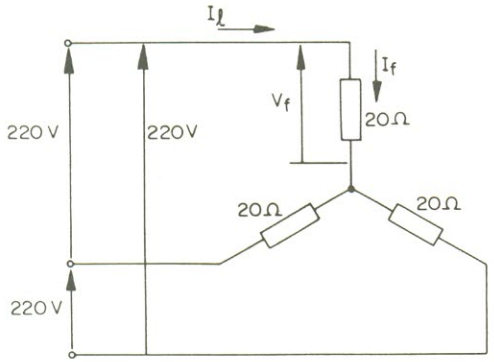
Solução:

$$P = 5000W \qquad V_\ell = 220V$$

$$5000 = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot I_\ell \cdot 0,85$$

$$I_\ell = 15,43A$$

3 - Um aquecedor trifásico é constituído de três resistências de 20Ω ligadas em estrela. Calcule a corrente de linha e a potência total se a tensão de linha é 220V.



Solução:

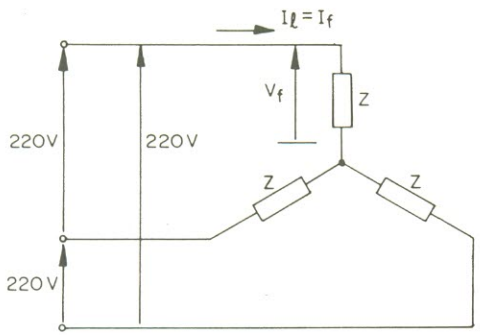
$V_\ell = 220V$ $\qquad \cos\phi = 1$

$V_f = \frac{220}{\sqrt{3}} = 127V$ $\qquad I_f = I_\ell = \frac{127V}{20\Omega} = 6,35A$

$P = \sqrt{3} \cdot V_\ell \cdot I_\ell \cdot \cos\phi = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 6,35 \cdot 1 = 2419W$

4 - Os enrolamentos de um motor têm resistência 8Ω e reatância indutiva 6Ω. Calcule a potência real e aparente se o motor é ligado em estrela e a tensão de linha é 220V.

Solução:



$Z = \sqrt{R^2 + X_L{}^2} = \sqrt{(8)^2 + (6)^2} = 10\Omega$

$V_f = \frac{V_\ell}{\sqrt{3}} = \frac{220V}{\sqrt{3}} = 127V$

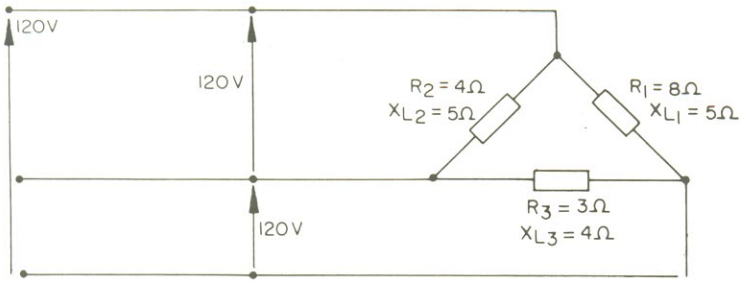
$I_f = I_\ell = \frac{V_f}{Z} = \frac{127V}{10\Omega} = 12,7A$

$$\cos\phi = \frac{R}{Z} = \frac{8}{10} = 0,8$$

$$P = \sqrt{3} \cdot V_\ell \cdot I_\ell \cdot \cos\phi = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 12,7 \cdot 0,8 = 3871W$$

$$P_{Ap} = \sqrt{3} \cdot V_\ell \cdot I_\ell = \sqrt{3} \cdot 220 \cdot 12,7 = 4,8 \text{ KVA}$$

5 - Calcule a potência real das três fases no circuito.



Solução:

$$Z_1 = \sqrt{R_1^2 + X_{L_1}^2} = \sqrt{8^2 + 5^2} = 9,43\Omega$$

$$I_{f1} = \frac{Vf}{Z_1} = \frac{120V}{9,43\Omega} = 12,72A$$

$$\cos\phi_1 = \frac{R_1}{Z_1} = \frac{8}{9,43} = 0,85$$

$$P_1 = V_{f1} \cdot I_{f1} \cdot \cos\phi_1 = 120 \cdot 12,72 \cdot 0,85 = 1297W$$

$$Z_2 = \sqrt{4^2 + 5^2} = 6,4\Omega$$

$$I_{f2} = \frac{120V}{6,4\Omega} = 18,74A$$

$$\cos\phi_2 = \frac{4}{6,4} = 0,625$$

$$P_2 = 120 \cdot 18,74 \cdot 0,625 = 1405W$$

$$Z_3 = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5\Omega$$

$$I_{f3} = \frac{120V}{5\Omega} = 24A$$

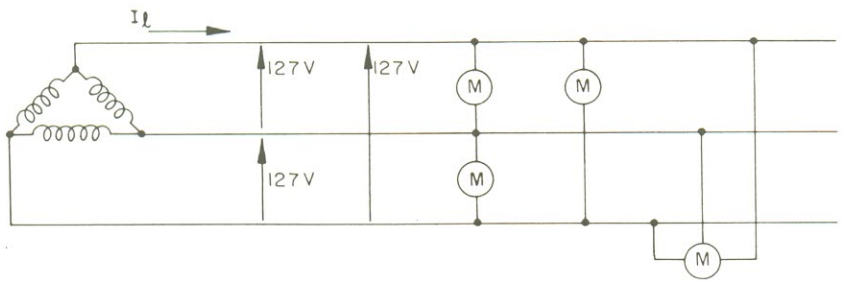
$$\cos\phi_3 = \frac{3}{5} = 0,6$$

$$P_3 = 120 \cdot 24 \cdot 0,6 = 1728W$$

$$P = P_1 + P_2 + P_3 = 1297 + 1405 + 1728 = 4430W$$

6 - O circuito mostra o secundário de um transformador, ligado em triângulo com uma tensão de linha de 127V. A carga é constituída de um motor trifásico de 5KW e fator de potência 0,85, de três motores monofásicos de 2KW e F.P = 0,8 cada um ligado a uma fase. Determinar:

a) corrente total de linha
b) potência real, aparente e reativa da instalação
c) fator de potência da instalação



Solução:

Motor trifásico: $P_{Ap} = \frac{P}{\cos\phi} = \frac{5000}{0,85}$ $P_{Ap} = 5882$ VA,

$\phi = 31,8°$

$P_r = P_{Ap} \cdot \operatorname{sen}\phi = 5882 \cdot 0,526 = 3098$ VA_r;

Motores monofásicos: $P_{Ap} = \frac{2000}{0,8} = 2500$ VA

como os motores monofáscos são iguais, $P_{Ap} = 7500$ V.A

$\phi = 31,78°$

$P_r = 7500 \cdot 0,526 = 3950$ VA_{ri}

A potência total real é:

$P_T = 5000 + 3 \cdot 2000 = 11000W$

A potência total reativa é:

$P_{rT} = 3098 + 3950 = 7048$ VA_{ri}

A potência aparente total é:

$P_{ApT} = \sqrt{P_T^2 + P_{rT}^2} = 13KVA$

A corrente de linha vale:

$P_{Ap} = \sqrt{3} \cdot V_\ell \cdot I_\ell \rightarrow I_\ell = \frac{13000}{\sqrt{3} \cdot 127} = 59,5A$

$P_T = P_{ApT} \cdot \cos\phi \qquad \cos\phi = \frac{11000}{13000} = 0,846$

Exercícios Propostos

1 - A tensão de linha de um sistema trifásico ligado em estrela é 220V. Cada fase tem 20 lâmpadas de 100W. Calcule a corrente em cada fase.

2 - Um aquecedor trifásico tem uma potência de 9KW quando ligado em triângulo. Sabendo-se que a tensão de linha é 220V, calcule a corrente de linha.

3 - Um wattômetro ligado a uma carga trifásica, constituída só de lâmpadas, dá uma indicação de 13,2KW. A carga é equilibrada e em triângulo com uma tensão de linha de 220V. Sabendo se que cada lâmpada consome 0,5A, qual o número total de lâmpadas?

4 - Um motor trifásico conectado a uma tensão de linha de 220V consome 10A. O fator de potência de motor é 0,85, tendo 85% de eficiência. Calcule a potência mecânica (em H.P) no eixo do motor.

Obs.: $\eta\% = \frac{P_{MEC}}{P_{ELÉ}} \times 100$ 1 H.P = 750 W

5 - Na placa de um gerador trifásico, lê-se 127V/40A. Qual o número máximo de lâmpadas incandescentes que pode ser ligado ao gerador, sabendo-se que as lâmpadas estão ligadas em triângulo e que cada lâmpada consome 0,5A?

Solução dos Exercícios Propostos

1) $I_f = I_\ell = 15,75A$

2) $I_\ell = 23,62A$

3) n = 120 lâmpadas

4) $P_{MEC} = 3,67$ H.P

5) n = 138 lâmpadas (46 por fase)

APÊNDICE A

DECIBEL

O conceito de decibel (dB) está ligado aos nossos sentidos, em especial à audição. O ouvido humano não responde de forma linear mas logaritmicamente aos estímulos (potência sonora) que lhe são impostos, isto é, uma variação na potência de 1W para 2W não dobra a sensação sonora. Para que a sensação sonora dobre a potência associada deve ser multiplicada por dez.

O bel (B) relaciona dois níveis de potência P_1 e P_2, através da expressão:

$$Ap = \log \frac{P_2}{P_1} \quad (B)$$

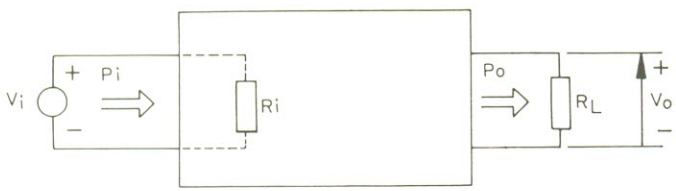
se $P_2 = 10P_1$, Ap = 1B significa que P_2 está 1 bel acima de P_1. Como o bel é uma unidade muito grande, usamos o decibel (dB):

$$Ap = 10.\log \frac{P_2}{P_1} \quad (dB)$$

logo se $P_2 = 1000 \cdot P_1$ Ap = 30dB significando que P_2 está 30dB acima de P_1. Se tivéssemos $P_2 = 0{,}001\ P_1$. Ap = -30db, significando também uma diferença de 30dB entre P_2 e P_1, só que nesse caso P_2 é menor que P_1.

O ganho de potência pode ser referenciado a um determinado nível, por exemplo se esse nível é 1mW, costuma-se usar a notação dBm se a impedância associada à potência P_2 é 600 Ω.

Consideremos um quadripolo com resistência de entrada Ri, ligado a uma carga R_L.



P_i = potência de entrada

P_o = potência de saída

$$Ap = 10 \cdot \log \frac{P_o}{P_i} \qquad Pi = \frac{Vi^2}{Pi} \quad e \quad Po = \frac{Vo^2}{R_L}$$

$$Ap = 10 \cdot \log \frac{\frac{Vo^2}{R_L}}{\frac{Vi^2}{Ri}} = 10 \cdot \log \frac{Vo^2 \cdot Ri}{Vi^2 \cdot R_L}$$

$$Ap = 10 \cdot \log\left(\frac{Vo}{Vi}\right)^2 + 10 \cdot \log \frac{Ri}{R_L} = 20 \cdot \log \frac{Vo}{Vi} + 10\log\frac{Ri}{R_L}$$

O ganho de tensão do quadrípolo é:

$$Av = \frac{V_o}{V_i} \quad \text{ou em decibéis} \quad Av\ (dB) = 20 \cdot \log \frac{V_o}{V_i}$$

observe que se $R_i = R_L$

$$Ap\ (dB) = Av\ (dB)$$

Exercícios Resolvidos

1 - Um quadrípolo tem um ganho de tensão de 10dB, se a tensão de entrada é 1V, qual a tensão de saída?

Solução:

$$Av(dB) = 20 \cdot \log \frac{V_o}{V_i} \quad , \quad 10 = 20 \cdot \log \frac{V_o}{V_i}$$

$$\log \frac{V_o}{V_i} = 0,5 \quad \rightarrow \quad \frac{V_o}{V_i} = 3,162$$

$$V_o = 3,162V$$

2 - No exercício anterior, considere que $R_i = 1K\Omega$ e $R_L = 100\Omega$, qual o ganho de potência em dB?

Solução:

$$Ap(dB) = 20 \cdot \log \frac{V_o}{V_i} + 10 \cdot \log \frac{R_i}{R_L}$$

$$Ap(dB) = 10 + 10 \cdot \log \frac{1000}{100} = 20dB$$

ou então $$P_i = \frac{V_i^2}{R_i} = \frac{1^2}{1000} = 1mW$$

$$P_o = \frac{V_o^2}{R_L} = \frac{(3,162)^2}{100} = 100\ mW$$

$$Ap\ (dB) = 10 \cdot \log \frac{P_o}{P_i} = 10 \cdot \log \frac{100}{1} = 20dB$$

3 - Dar o ganho de potência em dB se a relação entre P_2 e P_1 for igual a 1/16, 1/8, 1/4, 1/2, 1, 2, 4, 8, 16.

Solução:

P_2/P_1	$10.\log P_2/P_1$
1/16	-12 dB
1/8	- 9 dB
1/4	- 6 dB
1/2	- 3 dB
1	0 dB
2	3 dB
4	6 dB
8	9 dB
16	12 dB

Os resultados obtidos permitem concluir que, se o ganho de potência variar de um fator igual a 2, o ganho de potência em dB varia de 3dB.

4 - Dar o ganho de potência em dB se a relação P_2/P_1 for 1/100, 1/10, 1, 10, 100, 1000.

Solução:

Novamente colocamos a resposta em forma de tabela:

P_2/P_1	10.log P_2/P_1
0,01	-20 dB
0,1	-10 dB
1	0
10	10
100	20
1000	30

Concluímos que se o ganho de potência variar de um fator igual a 10, o ganho em dB varia de 10dB.

APÊNDICE B

FILTROS

Filtros são circuitos que deixam passar só sinais de determinadas frequências, atenuando as outras.

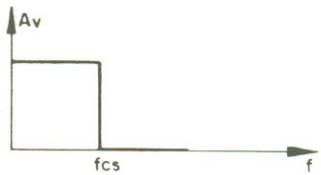
De acordo com as frequências que desejamos deixar passar, podemos ter os seguintes tipos de filtros:

a) filtro passa altas (F.P.A)
b) filtro passa baixas (F.P.B)
c) filtro passa faixa (F.P.F)
d) filtro rejeita faixa (F.R.F)

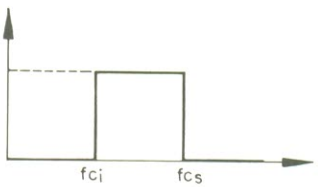
A seguir mostramos a curva de resposta em frequência de cada filtro no caso ideal.

a) F.P.A

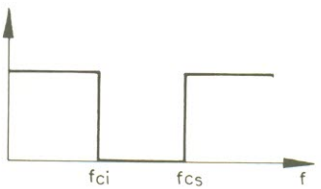
b) F.P.B



c) F.P.F



d) F.R.F



f_{ci} = frequência de corte inferior

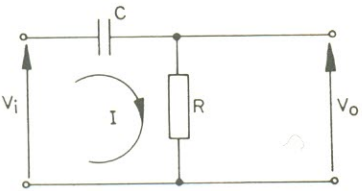
f_{cs} = frequência de corte superior

$Av = \frac{V_o}{V_i}$ = ganho de tensão

Na prática, é impossível se obter um filtro que apresente uma mudança tão brusca no ganho, o que existe é uma mudança com uma determinada atenuação com a frequência.

Dos filtros anteriormente citados, estudaremos mais em detalhe os dois primeiros.

Filtro Passa Altas



O circuito já foi estudado no capítulo 3.8, é um circuito RC série.

A impedância do circuito é igual a:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C{}^2}$$

a tensão na saída do circuito será igual a:

$$V_O = R \cdot I = R \cdot \frac{V_i}{\sqrt{R^2 + X_C{}^2}}$$

logo $$\frac{V_O}{V_i} = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}} = \frac{1}{\frac{1}{R} \cdot \sqrt{R^2 + \frac{1}{(\omega C)^2}}}$$

$$\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{(\omega RC)^2}}} \qquad \text{se} \quad \omega C = \frac{1}{RC} = \text{frequência de corte}$$

$$\frac{V_O}{V_i} = Av = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega C}{\omega}\right)^2}}$$

Analisemos o que acontece com o módulo de Av (também tem fase) quando ω varia.

Se $\omega \to 0$ (tende para zero) $\frac{\omega C}{\omega} \to \infty$ (infinito) logo $Av \to 0$

Se $\omega << C$ (muito menor que ωC), o que significa na prática que ω é pelo menos dez vezes menor que ωC.

$$\omega = 0{,}1\ \omega C \to \frac{V_O}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega C}{0{,}1\,\omega C}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 100}} = \frac{1}{\sqrt{101}} \cong \frac{1}{10}$$

$$\omega = 0{,}01\ \omega C \to \frac{V_O}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega C}{0{,}01\,\omega C}\right)^2}} \cong \frac{1}{100}$$

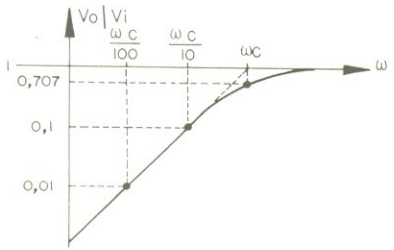
$$\text{Se } \omega = \omega_C \rightarrow \frac{V_O}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_C}{\omega_C}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$$

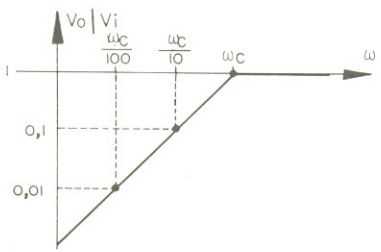
$$\text{Se } \omega >> \omega_C, \quad \omega = 10\omega_C \rightarrow \frac{V_O}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\omega_C}{10\omega_C}\right)^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + 0,01}} \cong 1$$

Concluímos que acima da frequência de corte não há atenuação do sinal de entrada (V_i).

Abaixo da frequência de corte, o sinal de entrada é atenuado, e esta atenuação segue um determinado padrão (há uma atenuação de 10 vezes toda vez que a frequência diminui de 10 vezes).

Os gráficos a seguir, mostram a curva de resposta real e a aproximação por trechos de retas (assíntotas) que é mais usada por ser mais simples de desenhar.





Nos gráficos, as escalas do ganho e da frequência não são lineares.

Os gráficos podem ser representados com o ganho de tensão em dB.

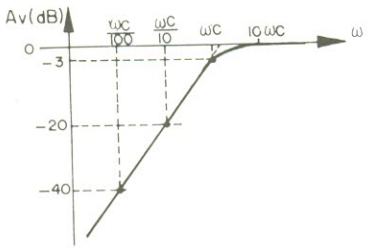
$$Av(dB) = 20.\log . \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{\omega_C}{\omega}^2}}$$

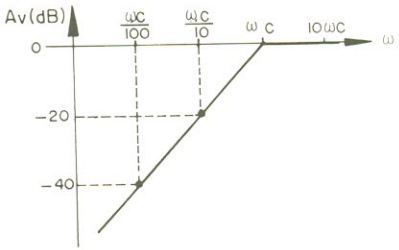
$$\omega = \frac{\omega_C}{100} \rightarrow \frac{V_C}{V_i} = 0,01 \rightarrow Av(dB) = 20.\log 0,01 = -40dB$$

$$\omega = \frac{\omega_C}{10} \rightarrow \frac{V_O}{V_i} = 0,1 \rightarrow Av(dB) = 20.\log 0,1 = -20dB$$

$$\omega = \omega_C \rightarrow \frac{V_O}{V_i} = 0,707 \rightarrow Av(dB) = 20.\log 0,707 = -3dB$$

$$\omega >> \omega_C \rightarrow \frac{V_O}{V_i} = 1 \rightarrow Av(dB) = 20.\log 1 = 0dB$$





Dos gráficos acima observamos que:

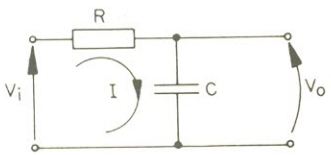
a) A escala do ganho de tensão é **linear** mas a escala de frequência é logarítmica, desta forma o gráfico deve ser feito em papel monolog.

b) Na frequência de corte, o ganho de tensão é -3dB (o sinal negativo indica atenuação). Em termos de potência, isso significa uma diminuição da potência pela metade.

c) Abaixo da frequência de corte, o ganho diminui a taxa de 20dB por década (-20dB/déc.)
obs.: uma década corresponde a uma separação entre duas frequências por um fator igual a dez.

d) Se usarmos a aproximação por trechos de reta, o maior erro cometido será 3dB, na frequência de corte.

Filtro Passa Baixas



O circuito é um RC série, tendo impedância igual a:

$$Z = \sqrt{R^2 + X_C^2}$$

A tensão de saída do circuito é:

$$V_o = X_C \cdot I = \frac{1}{\omega . C} \cdot \frac{V_i}{\sqrt{R^2 + X_C^2}} = \frac{V_i}{\sqrt{(\omega CR)^2 + 1}}$$

$$A_V = \frac{V_o}{V_i} = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_c}\right)^2 + 1}}$$

$\omega_C = \frac{1}{RC}$ = frequência de corte

Façamos a mesma análise que foi feita para o F.P.A.

$$\omega = 0 \rightarrow A_V = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{0}{\omega_C}\right)^2 + 1}} = 1$$

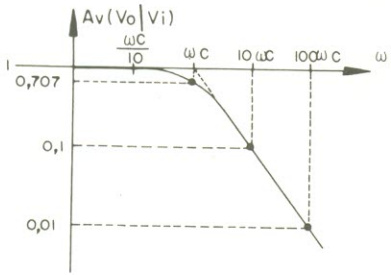
$$\omega = 0,1\ \omega_C \rightarrow A_V = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{0,1\omega_C}{\omega_C}\right)^2 + 1}} \cong 1$$

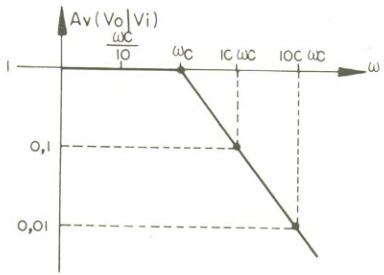
$$\omega = \omega_C \rightarrow A_V = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega_C}{\omega_C}\right)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = 0,707$$

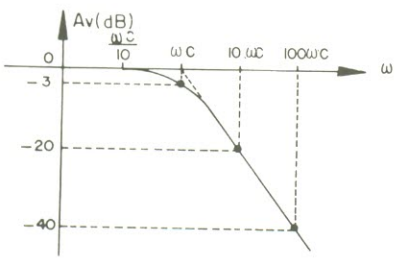
$$\omega = 10\omega_C \rightarrow A_V = \frac{1}{\sqrt{\frac{10\omega_C}{\omega_C}^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{101}} \cong \frac{1}{10}$$

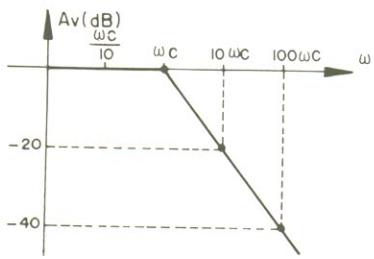
$$\omega = 100.\omega_C \rightarrow A_V = \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{100\omega_C}{\omega_C}\right)^2 + 1}} = \frac{1}{\sqrt{10001}} = \frac{1}{100}$$

Os gráficos a seguir, representam a curva real e a aproximação por trechos de retas.







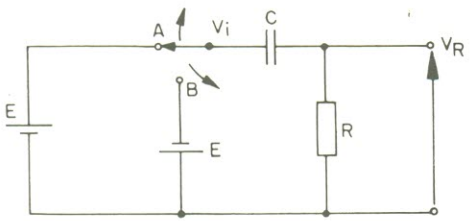


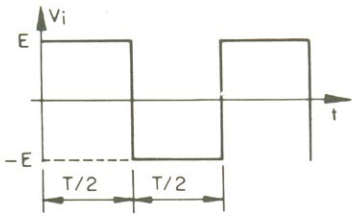
$$A_V\ (dB) = 20.\log \frac{1}{\sqrt{\left(\frac{\omega}{\omega_C}\right)^2 + 1}}$$

APÊNDICE C
DIFERENCIADOR E INTEGRADOR

Diferenciador

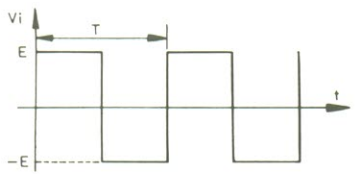
Um diferenciador é basicamente um filtro passa altas, operando com frequência muito abaixo da frequência de corte.

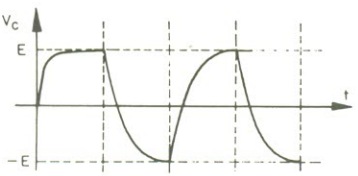


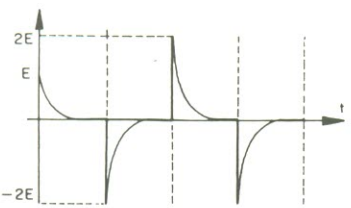


Vamos supor que na entrada (V_i) é aplicada uma onda quadrada de período T. A onda quadrada é obtida a partir de uma chave mecânica que fica um tempo T/2 na posição A e T/2 na posição B.

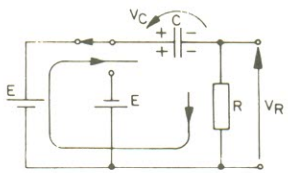
Os gráficos a seguir, representam a tensão de entrada (V_i), tensão no capacitor (V_C) e tensão no resistor (V_R), considerando que a constante de tempo do circuito $\tau = RC \lll T$.



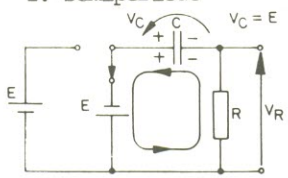




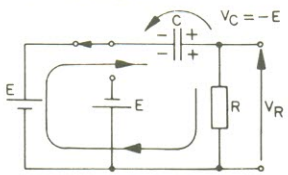
1º Semiperíodo



2º Semiperíodo



3º Semiperíodo



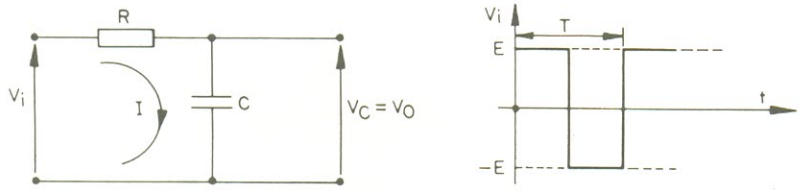
Durante o 1º semiperíodo, como o capacitor está inicialmente descarregado, carregar-se-á com a tensão da fonte, E, rapidamente (a constante de tempo é pequena).

Quando começar o 2º semiperíodo, o capacitor já estará carregado com E, a tensão da fonte somar-se-á com a tensão no capacitor, a tensão no resistor será igual a -2E. O capacitor carregar-se-á com outra polaridade até -E. No começo do 3º semiperíodo, a tensão da fonte se soma com a tensão no capacitor, dando a tensão no resistor (2E).

O 1º semiperíodo é transitório, somente a partir do 2º semiperíodo o circuito entra em regime permanente.

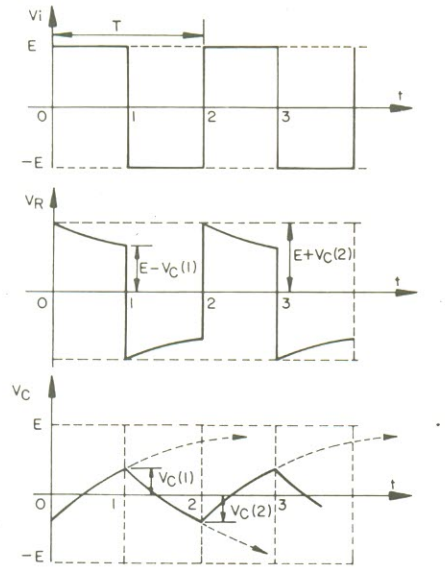
Integrador

É também um circuito RC série, operando numa frequência muito maior que a frequência de corte, no qual a tensão de saída é obtida no capacitor.



Vamos supor que o sinal de entrada é uma onda quadrada de frequência muito maior que a frequência de corte do circuito, o que significa $\tau = RC >>> T$

Quanto maior for a constante de tempo ($\tau = RC$) em relação ao período, mais a forma de onda no capacitor se aproxima de uma onda triangular (maior é a linearidade).



APÊNDICE D

INSTRUMENTOS DE MEDIDA DE PONTEIRO

A.1 Introdução

Um instrumento de medida de ponteiro consiste basicamente de uma parte fixa e de uma parte móvel.

A energia necessária para movimentar a parte móvel, pode ser obtida a partir de alguns dos efeitos da corrente elétrica (magnético, térmico) sendo proporcional à quantidade elétrica sob medida. O ponteiro é a parte do instrumento que apontando para uma escala, dá o valor da grandeza física que está sendo medida. É preso ao eixo da parte móvel, sendo feito em geral de alumínio. A extremidade indicadora pode ter o formato de seta ou de gume de faca. O balanceamento do ponteiro é feito por contrapesos colocados na extremidade inferior. A mola em espiral tem dupla finalidade: funciona como um elemento que dá um momento resistor de deflexão e pode servir como condutor de corrente entre a bobina móvel e o circuito externo. Por uma razão ou outra (temperatura, deformação), a força restauradora da mola pode mudar, desta forma o ponteiro do instrumento pode não indicar zero com ele desligado. Para fazer essa compensação existe o parafuso de ajuste de zero. A figura A.1a mostra simplificadamente o sistema móvel de um instrumento de ponteiro e a figura A.1b, o detalhe das extremidades do eixo.

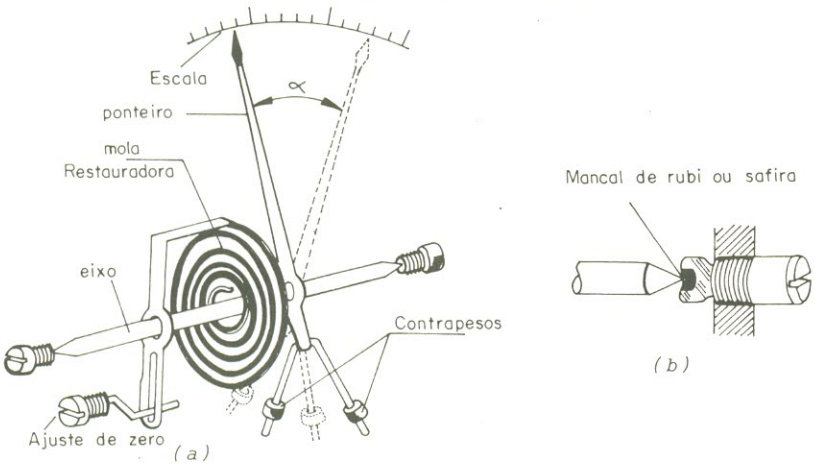


Figura A.1

Os instrumentos elétricos são classificados de acordo com:

1 - **Grandeza a ser medida** (tensão, corrente, resistência, potência, frequência, fator de potência, energia, fase).

2 - **Tipo de corrente** (c.c, C.A, c.c/C.A)

3 - **Princípio de operação** (bobina móvel, ferro móvel, eletrodinamométrico, indução, térmicos, eletrostáticos).

4 - **Precisão em Percentagem do fundo de escala**

A.2 Instrumentos de Bobina Móvel

O seu princípio de operação é baseado na interação dos campos magnéticos de um ímã permanente e de uma bobina móvel. Como mostra a figura A.2, a bobina é montada em um eixo, encaixado em dois pivôs. Molas espirais colocadas nas extremidades do eixo, exercem forças de torção opostas sobre a bobina. Quando a bobina é percorrida por uma corrente, aparecem forças magnéticas que fazem a bobina girar e consequentemente o ponteiro. O deslocamento angular do ponteiro é proporcional à intensidade da corrente na bobina.

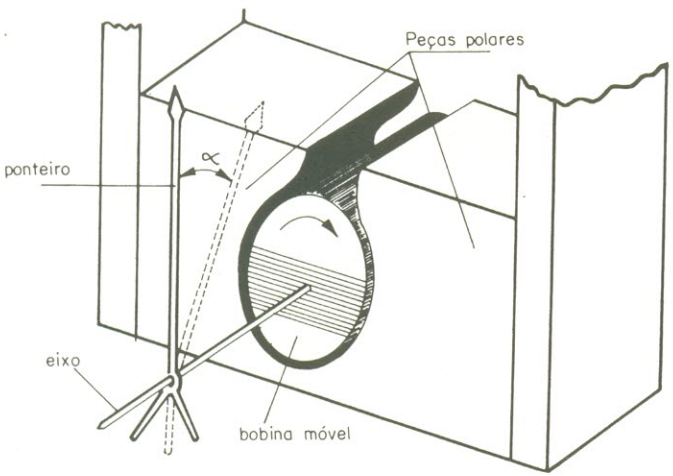


Figura A.2

Observe que, se o sentido da corrente na bobina for invertido, o ponteiro defletirá no sentido oposto, por isso deve-se ter cuidado ao usar o aparelho, verificando-se antes a polaridade da corrente.

Em medidas de C.A, esta precisa primeiramente ser retificada. É o instrumento mais usado por causa da sua sensibilidade, precisão e grande linearidade.

A.3 Instrumento de Ferro Móvel ( )

Esses instrumentos funcionam baseados na interação do campo magnético de uma bobina fixa com uma peça de material ferromagnético. A figura A.3a mostra o princípio de operação de um instrumento de ferro móvel do tipo atração. Quando a bobina é percorrida por uma corrente (c.c ou C.A), o campo magnético da bobina imantará a peça de ferro com polaridade tal que ela será atraída.

Esse deslocamento, que é proporcional à intensidade da corrente, também desloca o ponteiro.

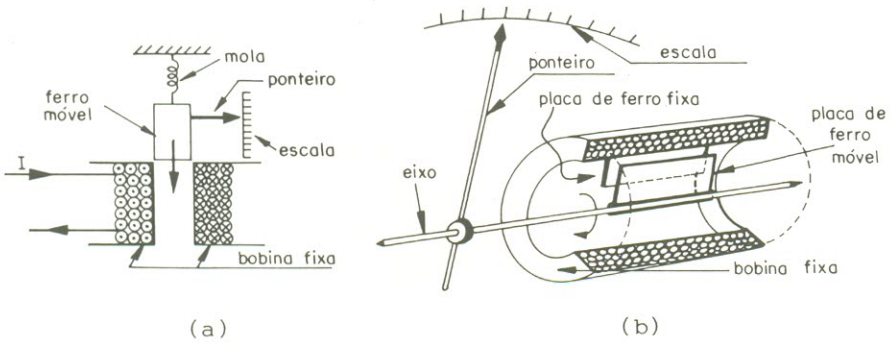


Figura A.3

A figura A.3b mostra o aspecto de um instrumento de ferro móvel tipo repulsão. As duas placas de ferro são envolvidas pelo campo magnético da bobina, uma é fixa e a outra está presa ao eixo o qual desloca o ponteiro. Como elas estão muito próximas, serão imantadas com mesma polaridade se repelindo em consequência.

Esses instrumentos apresentam como vantagens, o fato de poderem ser usados tanto em c.c como em C.A, apresentam grande robustez, são relativamente baratos e suportam grandes sobrecargas.

Como desvantagens, apresentam escala não linear, pouca precisão e consomem mais potência que o de bobina móvel.

A.4 Instrumento Eletrodinamométricos ( )

O princípio de operação é baseado na interação dos campos magnéticos de uma bobina fixa e de uma bobina móvel. A bobina fixa é constituída de duas metades, sendo ligada em série com a bobina móvel através de um resistor. A corrente vai para a bobina móvel através das molas espirais. Quando as duas bobinas são energizadas, haverá interação dos seus campos magnéticos, resultando um torque que tende a colocar a direção do campo magnético da bobina móvel na mesma direção do da bobina fixa.

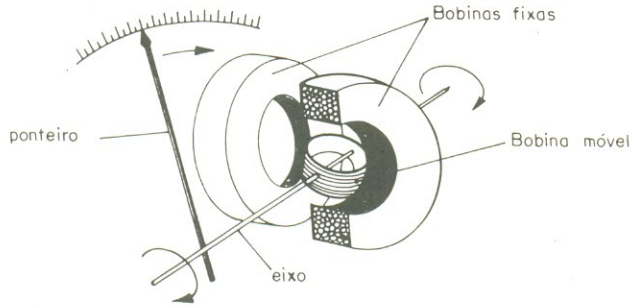


Figura A.4

O campo magnético em cada bobina é proporcional à intensidade da corrente, desta forma o torque produzido é proporcional ao quadrado da corrente, por isso a escala é não linear.

Uma inversão do sentido da corrente em ambas as bobinas, inverte a polaridade nas duas bobinas e desta maneira as condições de repulsão não se alteram e o ponteiro deflete no mesmo sentido. Por esta razão, o aparelho pode ser usado tanto em c.c como em C.A. Apesar de poder ser usado para medir tensão e corrente, a sua principal aplicação é na construção do wattímetro.

A.5 Térmicos

A.5.1 Fio Aquecido ( )

O seu princípio de funcionamento é baseado na dilatação de um fio que conduz uma corrente. A quantidade de calor é proporcional ao quadrado da corrente, por isso a escala desse instrumento não é linear. Outra desvantagem desse instrumento é a influência que a temperatura ambiente exerce nas leituras.

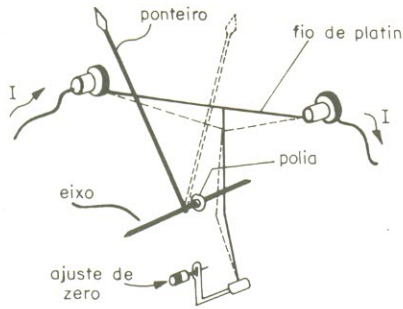
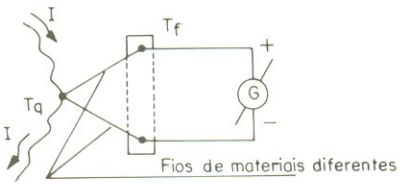


Figura A.5

A.5.2 Termopar ( )

Um termopar é constituído de dois metais diferentes, unidos em uma extremidade por meio de solda. Se esta extremidade for aquecida, na outra extremidade aparece uma f.e.m a qual pode ser medida, usando-se um instrumento de bobina móvel.



T_f = temperatura da junção fria

T_q = temperatura da junção quente

Figura A.6

A corrente a ser medida passa num aquecedor, elevando a temperatura da junção quente.

A diferença de temperatura entre as duas junções faz aparecer uma f.e.m que é medida com um instrumento de bobina móvel. Como a f.e.m gerada é muito pequena, o instrumento de bobina móvel deve ser muito sensível. A potência dissipada em calor é proporcional ao quadrado da corrente, portanto a escala do aparelho é quadrática (comprimida no início).

A.6 Amperímetro

Para simplificar a análise vamos supor que o galvanômetro é de bobina móvel. Do instrumento precisamos conhecer a corrente de fundo de escala (I_{GM}) e a resistência da bobina (R_G).

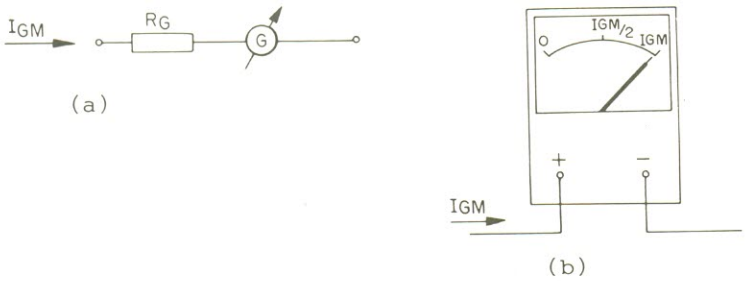


Figura A.7

Vamos supor que desejamos um instrumento que tenha fundo de escala I_T ($I_T > I_{GM}$). Para que a corrente no galvanômetro seja igual a I_{GM} quando está sendo medido I_T, devemos colocar em paralelo com a bobina, um resistor chamado de "shunt" (R_S).

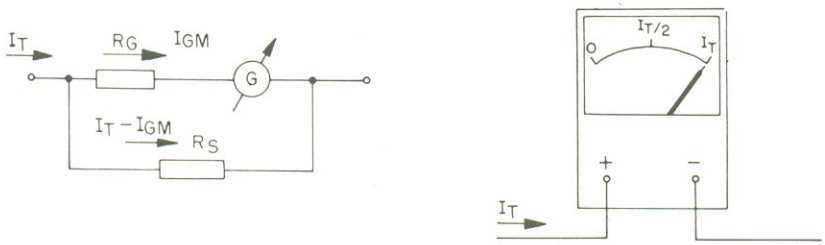
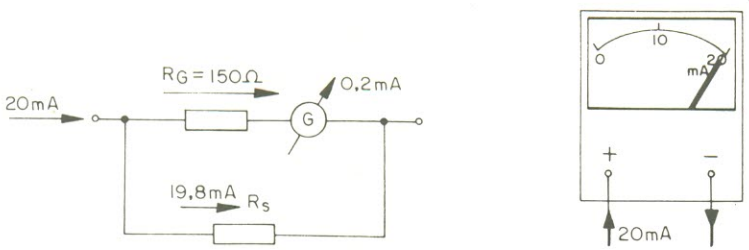


Figura A.8

Exemplo:

Seja um galvanômetro com fundo de escala 200μA e 150Ω de resistência interna. Qual o valor do "shunt" que permita medir corrente até 20mA?

Solução:



$$150 \;.\; 0{,}2\text{mA} = R_S \;.\; 19{,}8\text{mA}$$

$$R_S = \frac{30}{19{,}8} = 1{,}515$$

devendo ser construído com esta precisão.

A.7 Alicate Amperométrico

São usados na medida de altas correntes (centenas de milhares de amperes). A figura A.9 mostra um transformador de corrente, usado para reduzir a corrente a valores suficientemente baixos, permitindo a medida com alguns dos instrumentos vistos. É constituído de um primário com um pequeno número de espiras e de um secundário com muitas espiras. O primário é ligado em série com a corrente a ser medida, e no secundário é colocado o aparelho de medida de corrente.

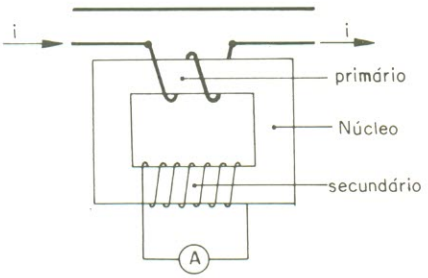


Figura A.9

O alicate amperométrico é essencialmente um transformador de corrente com um núcleo em forma de garra que se abre, envolvendo o fio no qual passa a corrente que está sendo medida. O fio funciona como o primário e no secundário está o instrumento. A figura A.10 mostra o aspecto de um alicate amperométrico.

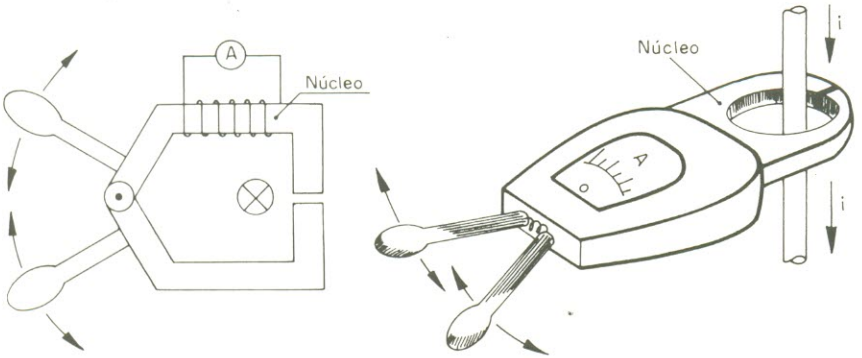


Figura A.10

obs.: a corrente que está sendo medida com o alicate amperométrico deve ser alternada.

A.8 Voltímetro

Um voltímetro é construído a partir de um galvanômetro, ligado em série a um resistor limitador chamado multiplicador.

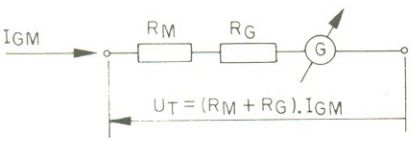


Figura 3.11a

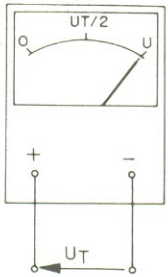
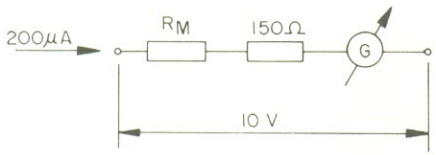
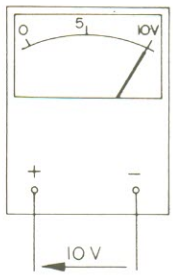


Figura 3.11b

Exemplo:

Construir um voltímetro com 10V de fundo de escala, a partir de um galvanômetro com 200μA de fundo de escala e 150Ω de resistência interna.





$$R_M \pm 150 = \frac{10V}{0,2mA} = 50.000\Omega$$

$$R_M = 49.850\Omega$$

A.9 Wattímetro

Um wattímetro é construído a partir de um instrumento eletrodinamométrico, no qual a bobina fixa, feita de poucas espiras, é ligada em série com a carga (é chamada de bobina de corrente ou bobina série) e a bobina móvel, com um grande número de espiras, é ligada em paralelo (bobina de tensão). Ligada em série com a bobina de tensão, uma resistência cuja finalidade é diminuir as perdas na bobina de tensão.

A interação do campo magnético das duas bobinas produz um torque proporcional à intensidade da corrente nas duas bobinas:

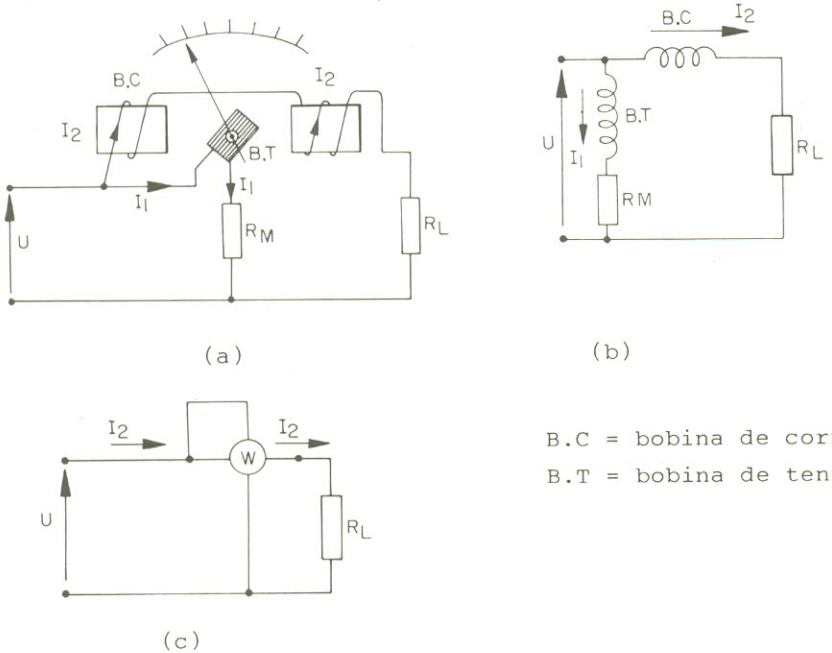
$$M = K_1 \cdot I_1 \cdot I_2$$

Se a resistência multiplicadora for muito maior que a reatância da bobina, a corrente na bobina móvel será proporcional à tensão do circuito, desta forma o torque será proporcional à potência do circuito.

$$M = K_2 \cdot U \cdot I_2 = K_2 \cdot P$$

Alguns cuidados devem ser tomados. Em circuitos c.c., é importante observar a polaridade.

O wattímetro tem um fundo de escala de potência em watts, mas devemos respeitar os limites de tensão e corrente das bobinas. Por exemplo se a máxima tensão é 100V e a máxima corrente é 5A, a máxima potência será 500W. O que pode acontecer é que, na medida de potência em circuitos de baixo F.P, a medição de potência estar dentro dos limites mas os valores de tensão ou corrente estarem fora dos limites. Se usarmos o wattímetro com os limites dados anteriormente, num circuito de F.P = 0,5 com uma tensão de 80V medindo 300W, a corrente no circuito será 7,5A o que é maior que o limite de corrente.



B.C = bobina de corrente

B.T = bobina de tensão

Figura A.12

Em circuitos de alta tensão e alta corrente, a medida de potência é feita com auxílio de transformadores de tensão e de corrente. A potência do circuito será dada por:

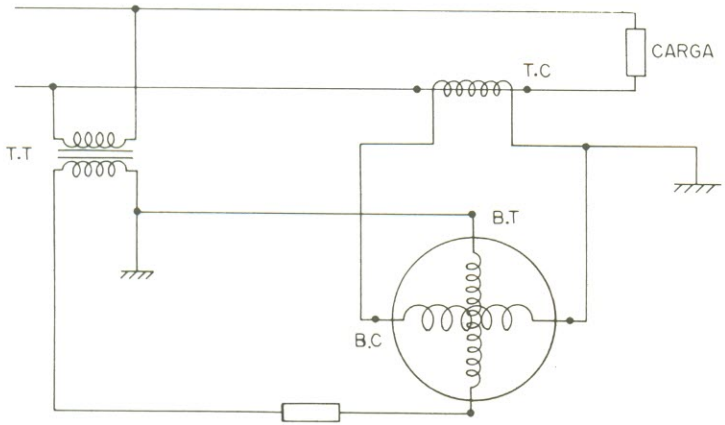
$$P = K_C \cdot K_V \cdot P_W$$

P = potência do circuito

P_W = potência lida no wattímetro

K_C = relação de transformação do transformador de corrente

K_V = relação de transformação do transformador de tensão



T.C = transformador de corrente

T.T = transformador de tensão

Figura A.13

Em circuitos trifásicos balanceados, a potência é medida com um wattímetro ligado como na figura A.14. A potência total da carga é três vezes a potência indicada no wattímetro.

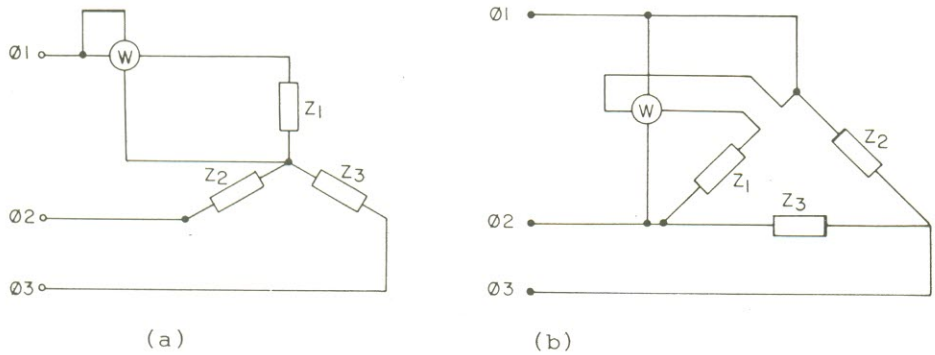


Figura A.14

No caso de circuito desbalanceado, em cada fase é colocado um wattímetro, a potência na carga é a soma das potências medidas nos três wattímetros.

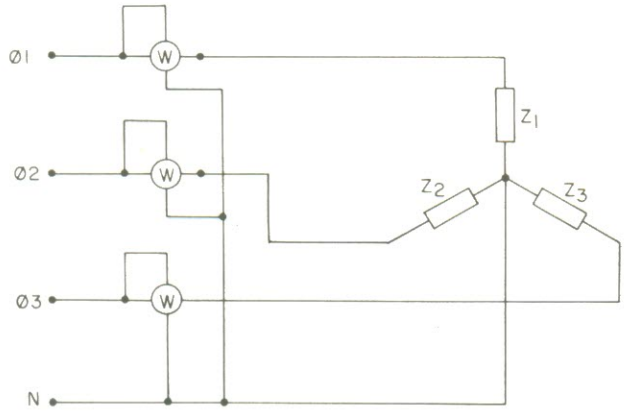


Figura A.15

BIBLIOGRAFIA

- *Circuitos Elétricos* - Yaro Burian Jr. - Almeida Neves Editores Ltda - Rio de Janeiro.
- *Curso Completo de Eletricidade Básica* - US NAVY, Hemus Livraria Editorial Ltda - 1980 - São Paulo.
- *Eletricidade Básica* - Arthemio A. P. Ferrara/Eduardo Mário D./ José Roberto Cardoso - Livraria Ciência e Tecnologia Editora Ltda - 1980 - São Paulo.
- *Fundamental of Eletrical Engineering* - M. Kuznetsov - Peace Publishers - Moscou.

Impressão e acabamento
(com filmes fornecidos):
EDITORA SANTUÁRIO
Fone (0125) 36-2140
APARECIDA - SP

PUBLICAÇÕES ÉRICA

LINGUAGENS E APLICATIVOS

Alexandre	- AutoCad Guia Prático
Arsonval	- Basic para Computadores Pessoais
Ideali	- Sistema Operacional CP/M - 80
Ivan	- Wordstar auto explicativo
Marcelino	- d-Base III - Vol. 1
Mesquita	- Linguagem C
Natale	- Basic Avançado
Natale	- Probasic - Programação em Basic
Santos	- Aplicativos

MICROPROCESSADORES

Ideali	- Microprocessador 68000 - Hardware - Vol. 1
Ideali	- 68000 Família de Microprocessadores - 32 bits Software - Vol. 2
Cypriano/Cardinali	- Microprocessadores Z-80 - Hardware - Vol. 1
Cypriano	- Microprocessadores Z-80 - Software - Vol. 2
Vidal	- Microcontroladores
Visconti	- Microprocessadores 8080 e 8085 - Hardware - Vol. 1
Visconti	- Microprocessadores 8080 e 8085 - Software - Vol. 2
Salvador	- IBM PC - xt

ELETRÔNICA

Albuquerque	- Análise de Circuitos em Corrente Contínua
Almeida	- Eletrônica Industrial
Almeida	- Eletrônica de Potência
Azevedo	- TTL/CMOS - Circuitos Integrados - Vol. 1
Azevedo	- TTL/CMOS - Circuitos Integrados - Vol. 2
Capuano/Idoeta	- Elementos de Eletrônica Digital
Capuano/Marino	- Laboratório de Eletricidade e Eletrônica
Cipelli/Sandrini	- Teoria e Desenvolvimento de Projetos de Circuitos Eletrônicos
Cuocolo	- Periféricos
Lando/Serg	- Amplificador Operacional
Mello	- Projetos de Fontes Chaveadas

PROCESSAMENTO DE DADOS

Aghazarm/Miranda	- Transmissão de Dados em Sistemas de Computação
Penna	- Teleprocessamento BSC-3

TELECOMUNICAÇÕES

Gomes	- Telecomunicações - Transmissão e Recepção AM FM - Sistemas Pulsados
Smit	- Linhas de Comunicação
Smit	- Microondas
Smit	- Ondas e Antenas
Smit	- Rádio Astronomia
Smit	- Rádio Propagação

MECÂNICA

Melconian	- Mecânica Técnica e Resistência dos Materiais
Filkauskas/Guedes	- O Plástico

OUTROS

Lence	- Física - Vol. 1
Sandrini	- Profissional Ser ou Não Ser